Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
филиал МГУ в г. Севастополе
кафедра вычислительной математики

УТВЕРЖДЕНО
на 2025 -2026 учебный год
Методическим советом Филиала
Протокол № 10 от «28» 08 2025 г.
Заместитель директора по учебной работе
Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДЕНО
Директор
филиала МГУ в г. Севастополе
О.А. Шпырко
«13» 09 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО
на 2026 -2027 учебный год
Методическим советом Филиала
Протокол № 1 от «22» 09 2026 г.
Заместитель директора по учебной работе
Заведующий кафедрой

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Направление подготовки

38.03.01 «Экономика»

Направленность ОПОП

ОБЩИЙ

Форма обучения

ОЧНАЯ

Рабочая программа рассмотрена
на заседании кафедры
вычислительной математики
протокол № 1 от «05» сентября 2024г.
Заведующий кафедрой
_____ (В.В. Ежов)

Рабочая программа одобрена
методическим советом
филиала МГУ в г. Севастополе
Протокол № 1 от «13» сентября 2024г.
_____ (Л.И. Теплова)

Севастополь, 2024

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Экономика» (утверждён приказом Министерства науки и высшего образования РФ от 12 августа 2020 года № 954, приказами о внесении изменений в ФГОС ВО от 19 июля 2022 года № 662, от 23 февраля 2023 года № 208).

Год приема на обучение 2026

курс – 1

семестры – 1, 2

зачетных единиц – 5 кредитов

академических часов – 122, в т.ч.:

лекций – 52 часа,

практических занятий – 70 часов,

самостоятельной работы – 58 ч.

Формы промежуточной аттестации: зачёт в 1семестре.

Форма итоговой аттестации: экзамен в 2 семестре.

1. **Место дисциплины в структуре ОПОП ВО** Курс линейной алгебры является наряду с курсом математического анализа базовым в математическом образовании студентов-экономистов. Линейная алгебра занимает важное место, поскольку этот раздел широко используется в таких математических курсах, как теория вероятностей и математическая статистика, методы оптимальных решений, теория игр, эконометрика и т.д. Объединение линейной алгебры и аналитической геометрии в один курс делает алгебраические понятия и факты более воспринимаемыми, а геометрические исследования компактными. Не будет большим преувеличением утверждать, что любое математическое приложение в экономической практике на том или ином этапе сводится к решению алгебраической задачи. Курс опирается на хорошее знание школьного курса алгебры и начал математического анализа.

2. **Входные данные для освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра» являются изучение разделов матричной алгебры, систем линейных уравнений, векторного анализа и аналитической геометрии, позволяющие студенту ориентироваться в таких дисциплинах, как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимальных решений», «Математические модели в экономике». Курс "Линейная алгебра" будет использоваться в теории и приложениях многомерного математического анализа, дифференциальных уравнений, математической экономики, эконометрики. Материалы курса могут быть использованы для разработки и применения численных методов решения задач из многих областей знания, для построения и исследования математических моделей таких задач. Дисциплина является модельным прикладным аппаратом для изучения студентами факультета Экономики математической компоненты своего профессионального образования

Достижение указанной цели возможно при решении следующих **задач**:

- овладение базовыми разделами линейной алгебры, необходимыми для анализа и моделирования экономических задач;
- определение и упорядочение необходимого объема информации при постановке, реализации и обработке итоговых результатов математической модели экономической задачи;
- овладение прикладными расчетными приемами по реализации вычислительных аспектов математических задач;
- освоение навыков использования справочной и специальной литературы.

3. **Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

знать:

- основы векторной алгебры;
- математические операции над матрицами;
- способы вычисления определителей;
- методы решения систем линейных уравнений;
- метод определения собственных значений и собственных векторов матриц;
- алгоритм приведения квадратичных форм к каноническому и нормальному виду.

уметь:

- производить основные операции над матрицами и векторами;
- находить определители матриц;
- проводить анализ систем линейных уравнений на наличие решений;
- решать системы линейных уравнений разными методами;
- находить собственные значения и собственные векторы матриц;
- работать с квадратичными формами;
- анализировать и идентифицировать исследуемые прикладные задачи;
- осуществлять выбор адекватных методов решения поставленных задач;
- использовать полученные знания для анализа экономических ситуаций.

владеть:

- навыками решения основных алгебраических задач и интерпретации полученных результатов в терминах прикладной области; навыками применения методов линейной алгебры в экономике.

4. **Формат обучения** - очный
5. **Объем дисциплины (модуля) с**оставляет 5 з.е., в том числе 122 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 58 академических часа на самостоятельную работу обучающихся.

6. **Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий**

6.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

	Номинальные трудозатраты обучающегося				
Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы	Всего академических часов	) Форма текущего контроля успеваемости наименование (
	Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*			
1	2	3	4	5	6

Раздел 1. «Общая алгебра»					
Введение	2	0	0	2	
Комплексные числа.	4	6	4	14	Домашнее задание/ Консультации
Многочлены.	4	6	4	14	Домашнее задание/ Консультации
Матрицы и операции над ними.	6	12	6	24	Домашнее задание/ Консультации
Системы линейных уравнений.	2	8	4	14	Домашнее задание/ Консультации
Применение методов общей алгебры в экономике	0	0	4	4	Домашнее задание/ Консультации
Контрольная работа №1	0	4	4	8	
Итого в 1 семестре:	**18**	**36**	**26**	**80**	
Раздел 2. «Аналитическая геометрия»					
Векторы на прямой, плоскости и пространстве.	4	2	2	8	Домашнее задание/ Консультации
Уравнения прямой на плоскости.	2	1	1	4	Домашнее задание/ Консультации
Уравнение плоскости.	2	1	1	4	Домашнее задание/ Консультации
Уравнение прямой в пространстве.	2	2	2	6	
Кривые второго порядка и их классификация на плоскости.	6	2	2	10	Домашнее задание/ Консультации
Применение аналитической геометрии в экономике	0	0	2	2	Домашнее задание/ Консультации
Контрольная работа №2	0	4	2	2	
Раздел 3. «Линейная алгебра»					
Линейные пространства и их начальные свойства.	4	2	2	8	Домашнее задание/ Консультации
Векторы в линейном пространстве. Линейная зависимость и независимость векторов.	2	2	2	6	Домашнее задание/ Консультации
Базис и размерность линейного пространства.	2	2	2	6	Домашнее задание/ Консультации
Линейные отображения линейных пространств. Линейные операторы и их	4	4	3	11	Домашнее задание/ Консультации

матрицы. Строение линейного оператора.					
Евклидовы пространства. Векторы в линейных пространствах.	2	2	2	6	Домашнее задание/ Консультации
Линейные операторы в евклидовых пространствах.	2	2	3	7	Домашнее задание/ Консультации
Квадратичные формы.	2	2	2	6	Домашнее задание/ Консультации
Применение методов линейной алгебры в экономике	0	0	2	2	Домашнее задание/ Консультации
Контрольная работа №3	0	4	2	6	
Итого во 2 семестре:	**34**	**34**	**32**	**100**	
Итого за два семестра:	**52**	**70**	**58**	**180**	

6.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1.	Тема 1. Введение	
2.	Тема 2. Комплексные числа	**Комплексные числа**: построение множества комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня.
3.	Тема 3. Многочлены.	**Многочлены:** лемма о делимости многочленов. Теоремы Безу и Виета. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Многочлены над числовыми множествами.

4.	Тема 4. Матрицы и операции над ними.	**Матрицы и операции над ними**: определение, линейный операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц. Определители: определения, свойства. Вычисление определителя методом элементарных преобразований, разложением по строке и столбцу.Обратная матрица, критерий обратимости. Ранг матрицы. Минор. Обратная матрица и способы ее вычисления

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
5.	Тема 5 Системы линейных уравнений.	**Системы линейных уравнений**: метод Гаусса, Крамера, ЖорданаГаусса матричный метод. Однородные системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений
6.	Тема 6. Векторы на прямой, плоскос и пространстве	**Векторы на прямой, плоскости и пространстве**. Коллинеарные и ортогональные векторы. Базис. Системы координат на прямой, плоскости и пространстве.
7.	Тема 7. Уравнения прямой на плоскости.	**Уравнения прямой на плоскости**: уравнение прямой по угловому коэффициенту и тоске, общее уравнение прямой, уравнение прямой по двум точкам, уравнение прямой в отрезках по осям, нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости, .угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых.

8.	Тема 8. Уравнение плоскости	**Уравнение плоскости**: общее уравнение плоскости и его частные случаи, уравнение плоскости по трем точкам, уравнение плоскости в отрезках по осям, нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости. Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей
9.	Тема 9. Уравнение прямой в пространстве	**Уравнение прямой в пространстве:** каноническое и параметрическое уравнение прямой, общее уравнение прямой как линии пересечения двух плоскостей. Расстояние от точки до прямой, между прямыми; угол между прямой и плоскостью.
10.	Тема 10. Кривые второго порядка и их классификация на плоскости.	**Кривые второго порядка и их классификация на плоскости.** Упрощение кривой второго порядка
№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
		на плоскости.
Раздел 3. «Линейная алгебра»		
11.	Тема 11. Линейные пространства и их начальные свойства	**Линейные пространства и их начальные свойства.** Базис и размерность. Координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому. Подпространства линейного пространства. Пространство решений однородной системы. Два способа задания подпространств.
12.	Тема 12. Векторы в линейном пространстве. Линейная зависимость и независимость векторов.	
13.	Тема 13. Базис и размерность линейного пространства	**Линейные отображения линейных пространств**: линейные операторы и их матрицы. Ядро и образ линейного оператора.

14.	Тема 12. Линейные отображения линейных пространств. Линейные операторы и их матрицы. Строение линейного оператора.	**Строение линейного оператора.** Собственные векторы линейных операторов. Характеристический многочлен. Инвариантное подпространство.
15.	Тема 12. Евклидовы пространства. Векторы в линейных пространствах.	**Евклидовы пространства**. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональный базис, процесс ортогонализации
16.	Тема 16. Линейные операторы в евклидовых пространствах	**Евклидовы пространства**. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональный базис, процесс ортогонализации. Линейные операторы в евклидовом пространстве.
17.	Тема 17. Квадратичные формы.	**Квадратичные формы**. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью невырожденного линейного преобразования переменных. Критерий Сильвестра для знакоопределенных квадратичных форм

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости:

- контрольные работы по каждому разделу;

Оценочные средства промежуточной аттестации:

- зачет;

Система итогового контроля знаний:

По итогам освоения дисциплины проводится **устный экзамен.** Оценочные средства итогового контроля знаний:

По результатам устного экзамена студент получает оценку «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Общая оценка успеваемости студента по предмету выставляется за совокупный результат:

вид работы	максимальное количество баллов

Экспресс - тесты по лекционному материалу. Активность на семинарах, выполнение домашнего задания.	15
Защита индивидуальных домашних заданий.	10
Контрольная работа №1	20
Контрольная работа №2	20
Контрольная работа №3	20
Коллоквиум по теоретическому материалу.	15

Максимально возможная сумма баллов, набираемых студентом в течение семестра, составляет - 100 баллов. Соответствие между количеством выбранных баллов и оценкой представлено в следующей таблице:

Оценка	Набранные баллы
Неудовлетворительно	0-49
Удовлетворительно	50-64
Хорошо	65-80
Отлично	81-100

Контрольные работы №1-3 (текущий контроль) содержат типовые задания по ключевым темам дисциплины и проводятся в течение семестра после изучения соответствующего теоретического материала. Каждый студент получает свой вариант контрольной работы. Коллоквиум по теоретическому материалу проводится в конце каждого семестра.

Защита индивидуального домашнего задания может происходить в течение всего семестра, но не позднее коллоквиума.

В случае не аттестации студента по курсу пересдача дисциплины осуществляется в форме традиционного экзамена, на котором студенту предлагается экзаменационный билет.

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

С целью проверки усвоения студентами необходимого теоретического минимума, проводятся экспресс - тесты по лекционному материалу в письменной форме.

На коллоквиумах обсуждаются теоретические вопросы изучаемого курса.

Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы.

Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). Практикуется самостоятельная работа по постановке и решению индивидуальных оригинальных прикладных задач. Студенты готовятся к участию в ежегодной студенческой олимпиаде по математике.

Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обученияЧисло часов на самостоятельное изучение дисциплины не превышает число часов для аудиторной работы. Успешное освоение курса возможно лишь при тщательном изучении теоретического материала, решением большого количества задач самостоятельно. Часть теоретического материала изучается самостоятельно, задачи курса, в основном, требуют значительного времени для их решения. Использование компьютерной системы MAPLE позволит упростить некоторые вычисления, даст возможность проверить и интерпретировать полученные результаты.

Виды самостоятельной работы обучающегося сведем в следующую таблицу:

№ п/п	Виды СРС	Часы
1	Проработка лекций по конспекту	38
2	Выполнение домашних практических заданий	30
3	Подготовка к контрольной работе	12
4	Выполнение индивидуального типового расчёта	50
Всего часов:		**130**

Образцы задач по ключевым темам

Тема: Матрицы

1) Найти матрицу C = A – 5B, если A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

□21 □ □
A□□□□01 □4□□□ и *B*□□□□□□ 23 12 02□□□□.
□

2)
Вычислить *C*□3*A* 2□*B*

□ 3 □1□ □□2 3□
3) Найти матрицу C = 2A – 3B, если □□□5 □2□□□; B = □□□□1 2□□□ A = .

□ □1 □ □ □ □ □ □ □□2 1 4 □□ □□1 □3 2□□
1 4 5 6

4) Вычислить: а) □□2 □6□□□· □□□5 □4□□□ б) □□□ □ □ □□□ □□□
· 12 32 32

□74 13□□□ □

□ 3 □ □ 0 □
□ 5 0 2 3□ □ □ □ □ □□1 1□
□ □ □ □ □ 1 □ □ □ □4□
0 1
□□□□
в) □□□□32 11 □11 32□□□· □□□□ 14 □□□□ 2 1 2
□□□1□□□

г) 322343 □□□□ ·□□□ 1332□□□
.

□2 □3□ □9 □6□ □□2 5 6□□ □□1 □3 2□□
5) Вычислить: а) □□□ □4□□ □□□ □ □□□ б) □□□11 32 52□□□ □□□32 54□1 □
3□□
□ 6 □ □ 0 0 1 □
1 1 2 1 1 2 □5 0 2 3□ □ □ □ □ □□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

в) □□□43 11 □51 32□□□· □□□ 74 □□□□ г) □□□□ 23 23 34
□□□□ ·□□□ 12 2
□
.
1 □□
□
6) Найти значение многочлена P(*x*) от матрицы A:

а) $P(X) = x^3 - 3x + 1$. $A =$. б) $P(X) = x^3$ $-3x$. A

7) Найти матрицу X, для которой $A2X3B$,

если ; .

8) Найти А·В и В·А, если , A .

9) Показать, что данная матрица является корнем многочлена A $P(X)X^3 6X^2 8X 9$.

10) Показать, что матрица $S 3A 2B$ - симметрическая,

если A

11) Вычислить ранг матрицы

а) **в)** **б)**

12) Найти обратную матрицу к данным матрицам:

1) $A =$ 3) 2) $B =$ $C =$ 4) $Д =$

3 1 1

□3 2 2□

□ □

□1 3 1□

□□5 3 4□□

□ □ 0 0 1 □

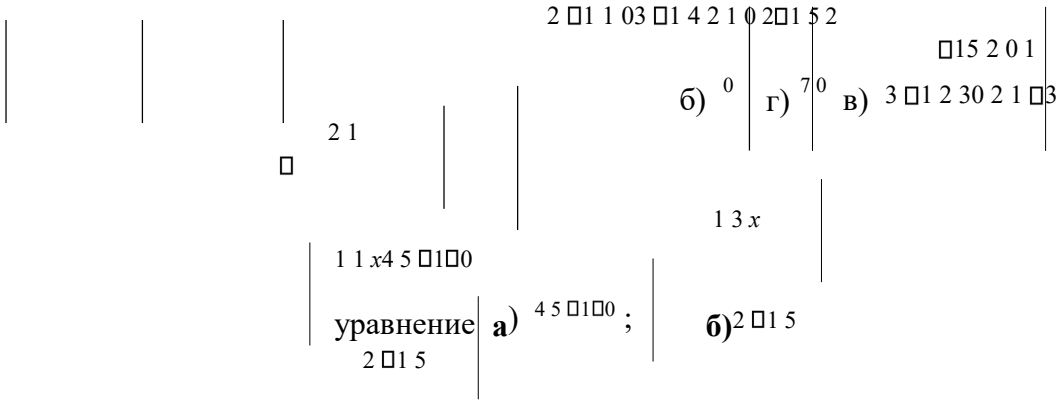
4 3□ □ □ □ □ □

15 а) A б) A в) C =

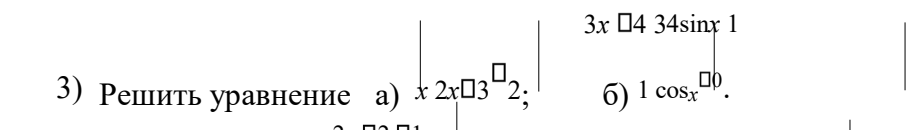
11 63 13

Тема: Определители матриц

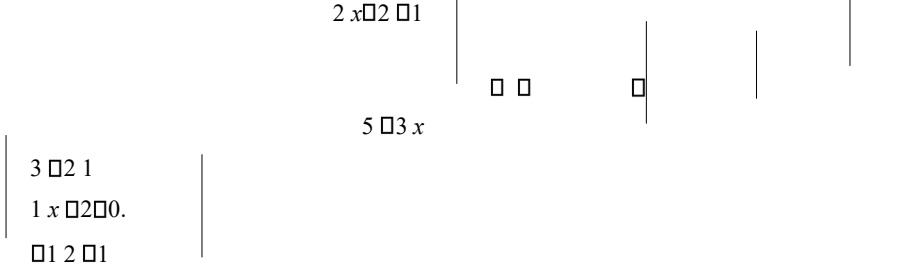
1) Вычислить определители:

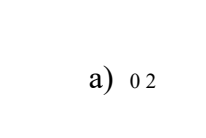


уравнение **а**) ; **б)**



3) Решить уравнение а) ; б) .





а)

2) Решить



4) Решить неравенство: а) б) в)

Тема: Решение систем линейных уравнений

1) Решить систему уравнений тремя способами:

- пользуясь формулами Крамера;
- методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса);
- методом обратной матрицы.

1) $\begin{cases} 3x_1+5x_2+3x_3=46 \\ x_1+2x_2+x_3=8 \\ 3x_1+5x_2+x_3=21 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x_1+9x_2+4x_3=46 \\ x_1+7x_2+5x_3=11 \\ 4x_1+7x_2+2x_3=5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1-4x_2-2x_3=0 \\ -3x_1+x_2+x_3=-4 \\ 2x_1+2x_2-3x_3=9 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 5x_1+21x_2+27x_3=5 \\ 2x_1+3x_2+4x_3=16 \\ 3x_1+8x_2+7x_3=22 \end{cases}$

16

5) $\begin{cases} x_1+5x_2+8x_3=23 \\ 3x_1+x_2+2x_3=11 \\ 2x_1+3x_2+4x_3=15 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 2x_1+5x_2+x_3=9 \\ -4x_1-3x_2+2x_3=-15 \\ -12x_1-13x_2-4x_3=-10 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x_1+x_2+5x_3=16 \\ 3x_1+2x_2+x_3=5 \\ 2x_1+5x_2+x_3=6 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 7x_1+9x_2+11x_3=0 \\ -12x_1-17x_2-15x_3=-7 \\ 4x_1+x_2+6x_3=-1 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 8x_1+3x_2+4x_3=35 \\ 5x_1+19x_2+x_3=0 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 13x_1+x_2+18x_3=5 \\ -8x_1-x_2+3x_3=22 \end{cases}$

2) Исследовать и решить

$\begin{cases} 2x-3y+z=-5 \\ 2x-3y=7 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-3y=6 \\ \end{cases}$

1) $\begin{cases} x+2y-3z=4. \\ 4x-6y=5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+4y=2 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x+y+2z=5 \\ x+2y+3z=4 \\ x+2y+3z=4 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x+3z=16 . \\ 5y-z=10 \\ 3x+5y+7z+t=0 \\ 5x+7y+z+3t=4 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2x+y-z=3 \\ 3x+3y+2z=7 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x+y-z=3 . \\ 3x+3y+2z=0 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x+3y+5z+7t=12 \\ 7x+y+3z+5t=16 \end{cases}$

4. Решить системы линейных уравнений с помощью метода обратной матрицы:

1) $\begin{cases} x_1-x_2+x_3=3 \\ 2x_1+x_2+x_3=11 \\ x_1+x_2+2x_3=8 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=8 \\ 3x_2+4x_3=6 \\ 3x_1-4x_2+5x_3=10 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3=6 \\ 2x_1+3x_2-3x_3=5 \\ x_1+x_3=1 \\ -2x_1-3x_2-x_3+6=0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x_1+4x_2+3x_3+5=0 \\ x_1+x_2+x_3+2=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1-2x_2-x_3=5 \\ 3x_1+x_2=9 \\ 3x_1+4x_2-2x_3=13 \end{cases}$ 5)

5. Исследовать системы уравнений с помощью теоремы Кронекера-Капелли и в случае их совместности найти решение либо методом Гаусса, либо методом ЖорданаГаусса.

$\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=5 \\ x_1+3x_2+5x_3+7x_4+9x_5=1 \end{cases}$

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 2 \\ 2x_1 + 11x_2 + 12x_3 + 25x_4 + 22x_5 = 4 \\ -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 6 \\ x_1 - 2x_2 - x_4 = -6 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_4 = 6 \end{cases}$.

8) $\begin{cases} x_2 + x_3 + 3x_4 = 16 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 6 \\ x_1 \end{cases}$$

9) .

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

Тема: Основы векторной алгебры

1. Какие векторы называют коллинеарными?
2. Какие векторы называются компланарными?
3. Зная векторы, совпадающие с двумя сторонами треугольника

$\overrightarrow{AB}(2;1;2)$ и $\overrightarrow{BC}(3;2;6)$, вычислить углы этого треугольника.

4. Найти единичный вектор, перпендикулярный векторам $a = i + j + 2k$ и $b = 2i + j + k$.

5. Показать, что векторы $a = i + j + mk$, $b = i + j + (m+1)k$, $c = i + j + mk$ ни при каком значении m не могут быть компланарными.

6. Запишите формулы для вычисления скалярного произведения векторов.

7. Найти угол между векторами $a(3, 2, 5)$ и $b(1,0,7)$.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

ВОПРОСЫ

к экзамену по курсу «Линейная алгебра»

1. Построение множества комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в n-ую степень и извлечение корня n-ой степени из комплексного числа в тригонометрической форме.
4. Понятие многочлена. Деление многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу, ее следствия.
5. Понятие многочлена. Схема Горнера. Формулы Виета, их частные случаи.
6. Понятие многочлена. Многочлены с комплексными коэффициентами.
7. Понятие многочлена. Многочлены с действительными коэффициентами.
8. Понятие матрицы: основные определения. Сложение матриц, свойства.
9. Понятие матрицы: основные определения. Транспонирование матриц, свойства.
10. Понятие матрицы: основные определения. Умножение матрицы на число, свойства.
11. Понятие матрицы: основные определения. Умножение матриц, свойства.
12. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
13. Понятие определителя, его свойства (1-9 свойства).
14. Вычисление определителя клеточных матриц, с помощью минора и алгебраического дополнения (10-12 свойства).
15. Ранг матрицы, его свойства и вычисление.
16. Обратимая матрица и ее свойства. Критерий обратимости матрицы.
17. Два способа вычисления обратной матрицы.
18. Система линейных уравнений: основные понятия. Метод Крамера и матричный метод.
19. Система линейных уравнений: основные понятия. Метод Гаусса.
20. Однородные системы линейных уравнений, методы решения.
21. Системы координат на прямой, плоскости и пространстве: декартова, полярная, цилиндрическая, сферическая. Связи между ними. Преобразования прямоугольной системы координат на плоскости и в пространстве.
22. Векторы на прямой, плоскости и пространстве. Линейные операции над векторами.
23. Разложение векторов на плоскости и в пространстве. Координаты вектора, их свойства.
24. Скалярное произведение векторов, его свойства. Условия ортогональности векторов.
25. Векторное произведение векторов, его свойства. Условия коллинеарности векторов.
26. Смешанное произведение векторов, его свойства. Условия компланарности векторов.
27. Уравнения прямой на плоскости: по угловому коэффициенту, по угловому коэффициенту и точке, по двум точкам, в отрезках по осям, параметрическое уравнение.
28. Уравнения прямой на плоскости: общее уравнение прямой, нормальное уравнение. Алгоритм приведения общего уравнения прямой к нормальному виду.
29. Общее уравнение плоскости, частные случаи.
30. Уравнение плоскости по трем точкам и в отрезках по осям.

31. Нормальное уравнение плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.

32. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до плоскости.

33. Взаимное расположение плоскостей, условия параллельности и перпендикулярности. Угол между плоскостями.

34. Уравнения прямой в пространстве: параметрическое и каноническое уравнения, прямая как линия пересечения двух плоскостей.

35. Взаимное расположения прямых на плоскости и в пространстве: условия параллельности и перпендикулярности. Угол между прямыми.

36. Соотношения между прямыми и плоскостями. Угол между прямой и плоскостью.

37. Кривые второго порядка на плоскости: эллипс. Каноническое уравнение и его свойства. Эксцентриситет и директрисы эллипса.

38. Кривые второго порядка на плоскости: гипербола. Каноническое уравнение и его свойства. Эксцентриситет и директрисы гиперболы.

39. Кривые второго порядка на плоскости: парабола. Каноническое уравнение и его свойства.

40. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

41. Упрощение общего уравнения фигуры второго порядка на плоскости с помощью преобразования системы координат.

42. Упрощение общего уравнения фигуры второго порядка на плоскости с помощью инвариантов.

43. Действительное линейное (векторное) пространство, примеры. Свойства действительных линейных (векторных) пространств.

44. Система векторов, линейная зависимость и независимость векторов. Критерий линейной зависимости векторов.

45. Базис и размерность линейного пространства, примеры.

46. Координаты вектора. Связь между базисами линейного пространства. Преобразование координат при изменении базиса.

47. Подпространства линейного пространства, примеры. Операции на подпространствах. Размерность подпространства.

48. Линейная оболочка как один из способов построения подпространства, ее свойства.

49. Понятие линейного отображения, классификация линейных отображений. Примеры линейных отображений. Свойства линейных отображений.

50. Матрица линейного оператора, примеры. Изменение матрицы оператора при замене базиса.

51. Ядро и образ линейного оператора, их свойства. Ранг и дефект линейного оператора.

52. Строение линейного оператора: характеристический многочлен линейного оператора, собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

53. Диагонализируемый линейный оператор, критерии диагонализируемости. Жорданова нормальная форма матрицы.

54. Евклидовы пространства, примеры. Теорема о превращении конечномерного действительного пространства в евклидово.

55. Векторы в евклидовом пространстве. Неравенство Коши-Буняковского, теорема косинусов и треугольника. Угол между векторами. Ортогональность и нормированность векторов.

Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.

56. Линейные операторы в евклидовом пространстве: сопряженный оператор, его матрица, примеры.

57. Линейные операторы в евклидовом пространстве: ортогональный оператор, примеры, критерии ортогональности.

58. Линейные операторы в евклидовом пространстве: самосопряженный оператор, примеры, свойства, критерий.

59. Квадратичная форма: определение, примеры. Линейные преобразования переменных. Индекс инерции.

60. Квадратичная форма: канонический и нормальный вид над множеством действительных чисел.

61. Квадратичная форма: канонический и нормальный вид над множеством комплексных чисел.

62. Знакоопределенные квадратичные формы, критерии.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка / РО и соответствующие средств	Не зачтено	Зачтено виды оценочных		
Знания *(виды оценочных средств: устный опрос по вопросам к зачету)*	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические
Умения *(виды оценочных средств: практические задания на самостоятельную работу)*	Отсутствие умений (допускает отдельные пробелы в умение неточности	В целом успешное, но не принципиального характера)	В целом успешное, но содержащее систематическое умение	Успешное и систематическо умение
Навыки (владения, опыт (владений, навыков используемые при решении задач *отчеты по практическим самостоятельным работам.)*	Отсутствие навыков (владения), применяемые о опыта)	Наличие отдельных навыки (владения), фрагментарног опыта)	В целом, сформированные навыки активной форме	Сформированные **деятельности)** (наличие не

8. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной и дополнительной литературы

основная литература:

1. М.С.Красс, Б.П.Чупрынов Математика для экономического бакалавриата. Москва: Дело, 2005.

2. М.С.Красс Математика в экономике. Москва: ИД ФБК-Пресс, 2005.Малугин В.А. Линейная алгебра (Математика для экономистов, курс лекций). Москва: Изд-во Эксмо, 2006.

3. Малыхин В.И. Математика в экономике. Москва: Инфра-М 2002.Сборник задач по высшей математики для экономистов под ред. Ермакова В.И.: Учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2000.

4. Шпырко О.А. «Линейная алгебра», часть I «Элементы общей алгебры». Издво Филиала МГУ в Севастополе, Севастополь, 2011.

5. Шпырко О.А. «Линейная алгебра», часть II «Аналитическая геометрия». Издво Филиала МГУ в Севастополе, Севастополь, 2011.

6. Шпырко О.А. «Линейная алгебра», часть III «Линейная алгебра». Изд-во Филиала МГУ в Севастополе, Севастополь, 2011.

7. Шпырко О.А. «Линейная алгебра»: учебно-методическое пособие. Уфа: АЭТЕРНА. 2017 – 286с.

дополнительная литература:

1. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: Учеб. пособие. 2 изд. исп. и доп. М.: Гардарики, 1999.

2. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Изд-во Моск. ун-та, 2006. 3. Математические методы в экономике. Под ред.д.э.к. А.В.Сидоровича. Москва: Дело и Сервис, 2004.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

программное обеспечение и Интернет – ресурсы:

1. diqital. svyaznoy.ru.
2. www. litres.ru/
3. www. kniqka.info/
4. www.biblioclub.ru – электронная библиотека

5. **базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:**

6. 15. Электронный каталог библиотеки филиала МГУ в г.Севастополе.

7. 16. Система ГАРАНТ: электронный периодический справочник {Электронный ресурс}.- Электр.дан.(7162 Мб:473378 документов).- {Б.И.,199-}

8. 17.ConsultantPlus: справочно-поисковая система {Электронный ресурс}.Электр.дан.(733861 документов).- {Б.И.,199-}

9. 18. Поисковые системы: Yandex, Rambler, Google, свободная энциклопедия Википедия (http://ru.wikipedia.org)

10. 19. Методическая служба издательства «Бином. Лаборатория знаний» – URL: http://metodist.lbz.ru/iumk/mathematics/er.php

11. 20. Научная электронная библиотека – URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp 3. Научная библиотека открытого доступа «Киберленинка». Раздел «Математика» – URL:
http://cyberleninka.ru/article/c/matematika

12. 21. Научная библиотека открытого доступа «Киберленинка». Раздел «Математика» – URL: http://cyberleninka.ru/article/c/informatika

13. 22. Поисковая система «Академия Google» – URL: https://scholar.google.ru/ 6 14. . Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – URL:
http://fcior.edu.ru/

15. 23. Электронный ресурс по математическим дисциплинам – URL: http://pstu.ru/title1/sources/mat/

Описание материально-технического обеспечения.

Освоение дисциплины предполагает использование учебной аудитории для проведения лекционных занятий с необходимыми техническими средствами (демонстрационная доска).

В лекционной аудитории желательно наличие отдельной доски для записи основных исходных положений и промежуточных результатов, неоднократно используемых при изложении курса.

9. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в общей характеристике ОПОП.

10. Язык преподавания.

Русский.

11. Преподаватели.

Шпырко Ольга Алексеевна доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики

Пряшникова Полина Федоровна кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры прикладной математики

.

12. Автор (авторы) программы.

Шпырко Ольга Алексеевна доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики

ОФОРМЛЕНИЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА ДЛЯ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ, ПРОВОДИМОЙ В ФОРМЕ УСТНОГО ЭКЗАМЕНА

ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА имени М.В. ЛОМОНОСОВА в г. СЕВАСТОПОЛЕ

Направление_____ Экономика _____

(шифр (шифры) и название (названия) направления (направлений) подготовки)

Учебная дисциплина ____Линейная алгебра_____

Семестр _____2_____

Экзаменационный билет № 1

1. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме
2. Линейные операторы в евклидовом пространстве: сопряженный оператор, его матрица, примеры.

Утверждено на заседании кафедры, протокол № ___
от «____» _____ 20__ г.

Зав. кафедрой _____ (*Ф.И.О*)

Преподаватель _____ (*Ф.И.О.*)