

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
филиал МГУ в г. Севастополе

факультет компьютерной математики  
кафедра вычислительной математики

**УТВЕРЖДЕНО**  
 на 20 25-20 26 учебный год  
 Методическим советом Филиала  
 Протокол № 10 от «28» 08 2025 г.  
 Заместитель директора по учебной работе  
 Заведующий кафедрой



**УТВЕРЖДАЮ**

Директор  
Филиала МГУ в г. Севастополе

О.А. Шпырко  
20\_\_ г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:  
**ВВЕДЕНИЕ В ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

Уровень высшего образования:  
**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки:  
**01.03.02 «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»**

Направленность ОПОП  
**ОБЩИЙ**

Форма обучения:  
**ОЧНАЯ**

Рабочая программа рассмотрена  
 на заседании кафедры вычислительной ма-  
 тематики  
 протокол № 1 от «05» 09 2024 г.  
 Заведующий кафедрой  
 (подпись) (В.В.Ежов)

Рабочая программа одобрена  
 Методическим советом  
 Филиала МГУ в г. Севастополе  
 Протокол № 1 от «13» 09 2024 г.  
 (подпись) (Л.И. Теплова)

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (Утвержден приказом МГУ от 30 августа 2019 года № 1041 (в редакции приказа МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109), приказами об утверждении изменений в ОС МГУ от 10 июня 2021 года № 609, от 21 декабря 2021 года № 1404, от 29 мая 2023 года №700, от 29 мая 2023 года № 702, от 29 мая 2023 года № 703).

Год (годы) приёма на обучение: 2023

*курс – 2*

*семестр – 3*

*зачетных единиц – 3*

*академических часов 108, в том числе:*

*лекции – 36 часов*

*семинарских занятий – 18 ч*

*самостоятельная работа – 54 ч*

*формы промежуточной аттестации – нет*

*форма итоговой аттестации – экзамен*

### **Цель и задачи освоения дисциплины.**

В третьем семестре студентам специальности «Прикладная математика» читается курс «Введение в численные методы», предусмотренный программой факультета Вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова.

Предмет дисциплины – интерполирование функций, численное интегрирование систем линейных алгебраических уравнений, численное решение дифференциальных уравнений первого порядка, численное решение краевой задачи для уравнений второго порядка.

Цель курса – познакомить студентов с основными понятиями численных методов интерполяции функций, численного интегрирования, численного решения алгебраических и дифференциальных уравнений.

Задачи курса – дать фундаментальную подготовку в численном решении дифференциальных уравнений, умении применять их в решении прикладных задач, ставить и решать краевые задачи. Оценивать погрешность получаемого решения. Научить студентов интерполировать функции и оценивать возникающие при этом погрешности. Усвоить преимущества и недостатки того или иного численного метода и уметь выбирать тот или иной метод в зависимости от поставленной задачи.

В результате освоения дисциплины «Введение в численные методы» обучающийся должен:

***Знать:***

задачи интерполирования, методы решения систем линейных алгебраических уравнений, формулы численного интегрирования, методы численных решений обыкновенных дифференциальных уравнений.

***Уметь:***

численно решать системы линейных алгебраических уравнений, оценивать их обусловленность и её связь с погрешностью решения. Уметь выбрать оптимальный метод интерполяции функций и применять его в поставленной задаче. Строить математические модели изучаемого явления, заменяя дифференциальные уравнения их разностной аппроксимацией. Использовать полученные навыки при выполнении курсовых работ и в научной работе студентов.

***Владеть:***

основными приемами интерполирования, численного интегрирования, численного решения систем линейных алгебраических уравнений, а также численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Универсальные и профессиональные компетенции, которыми должен обладать студент в результате освоения дисциплин модуля «Введение в численные методы»:

**Универсальные компетенции:**

**общенаучные:**

владение методологией научных исследований в профессиональной области (ОНК-4);

владение фундаментальными разделами математики и информатики, необходимыми для решения научно-исследовательских и практических задач в профессиональной области (ОНК-6);

**системные:**

способность к творчеству, порождению инновационных идей, выдвижению самостоятельных гипотез (СК-1);

способность к поиску, критическому анализу, обобщению и систематизации научной информации, к постановке целей исследования и выбору оптимальных путей и методов их достижения (СК-2);

способность к самостоятельному обучению и разработке новых методов исследования, к изменению научного и научно-производственного профиля деятельности; к инновационной научно-образовательной деятельности (СК-3);

**Профессиональные компетенции:**

**в области научно-исследовательской деятельности:**

способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат (ПК-2).

Формат обучения – контактный.

## Содержание разделов дисциплины

| Наименование разделов и тем дисциплины (модуля),<br><br>Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) | Номинальные трудозатраты обучающегося   |                            | Самостоятельная работа обучающегося, академические часы | Всего академических часов | Форма текущего контроля успеваемости (наименование) |
|---|---|----------------------------|---|---------------------------|---|
|   | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)<br>Виды контактной работы, академические часы |                            |   |                           |   |
|   | Занятия лекционного типа*   | Занятия семинарского типа* |   |                           |   |
| Раздел 1. Введение  |   |                            |   |                           |   |
| Математическое моделирование, вычислительный эксперимент.   |   | 1                          | 3   | 4                         |   |
| Раздел 2. Интерполирование.   |   |                            |   |                           |   |
| Постановка задачи интерполирования<br>Интерполирование полиномами.  | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест<br>проверка домашнего задания                  |
| Интерполяционный полином Лагранжа.<br>Погрешность интерполирования.   | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест<br>проверка домашнего задания                  |
| Интерполирование с кратными узлами.<br>Полиномы Эрмита.   | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Опрос   |
| Интерполирование сплайнами.<br>Определение кубического сплайна.   | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест<br>проверка домашнего задания                  |
| Существование кубического сплайна.<br>Сходимость и точность интерполирования сплайнами.                       | 3   | 1                          | 3   | 7                         | Тест<br>проверка домашнего задания                  |

| Наименование разделов и тем дисциплины (модуля),<br><br>Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)  | Номинальные трудозатраты обучающегося   |                            | Самостоятельная работа обучающегося, академические часы | Всего академических часов | Форма текущего контроля успеваемости (наименование) |
|--|---|----------------------------|---|---------------------------|---|
|  | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)<br>Виды контактной работы, академические часы |                            |   |                           |   |
|  | Занятия лекционного типа*   | Занятия семинарского типа* |   |                           |   |
| <b>Раздел 3. Численное интегрирование</b>  |   |                            |   |                           |   |
| Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Сходимость. Остаточные члены в формулах прямоугольников, трапеций и Симпсона. Точность. Апостериорная оценка погрешности и повышение точности по результатам расчетов с разными шагами. Проблема оптимизации квадратурных формул. | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест проверка домашнего задания                     |
| Квадратурные формулы Гаусса.   | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест проверка домашнего задания                     |
| Полиномы Лежандра. Узлы и веса в квадратурных формулах Гаусса.   | 3   | 1                          | 3   | 7                         | Опрос   |



| Наименование разделов и тем дисциплины (модуля),<br><br>Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)   | Номинальные трудозатраты обучающегося   |                            | Самостоятельная работа обучающегося, академические часы | Всего академических часов | Форма текущего контроля успеваемости (наименование) |
|---|---|----------------------------|---|---------------------------|---|
|   | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)<br>Виды контактной работы, академические часы |                            |   |                           |   |
|   | Занятия лекционного типа*   | Занятия семинарского типа* |   |                           |   |
| <b>Раздел 4. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений</b>   |   |                            |   |                           |   |
| Формулы Крамера.<br>Метод Гаусса.<br>Метод Гаусса. Число действий в методе Гаусса.<br>Метод Гаусса с выбором ведущих элементов.<br>Уменьшение ошибок округления.<br>Вычисление определителей.   | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест проверка домашнего задания                     |
| Системы с трехдиагональными матрицами. Метод прогонки.  | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест проверка домашнего задания                     |
| Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений.<br>Линейные нормированные пространства. Норма матриц.<br>Устойчивость по правой части решения системы линейных алгебраических уравнений с неравным нулю определителем. Число обусловленности матрицы. | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Опрос   |



| Наименование разделов и тем дисциплины (модуля),<br><br>Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)   | Номинальные трудозатраты обучающегося   |                            | Самостоятельная работа обучающегося, академические часы | Всего академических часов | Форма текущего контроля успеваемости (наименование) |
|---|---|----------------------------|---|---------------------------|---|
|   | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)<br>Виды контактной работы, академические часы |                            |   |                           |   |
|   | Занятия лекционного типа*   | Занятия семинарского типа* |   |                           |   |
| Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Каноническая форма одношаговых итерационных методов. Достаточное условие сходимости итерационного метода. | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест проверка домашнего задания                     |
| Метод простой итерации. Методы Зейделя и верхней релаксации.  | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест проверка домашнего задания                     |
| Контрольная работа  | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Опрос   |
| <b>Раздел 5. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений</b>  |   |                            |   |                           |   |
| Разностные уравнения. Сеточные функции и сеточные нормы. Разностная аппроксимация производных. Разностные уравнения.  | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест проверка домашнего задания                     |
| Численное решение задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты.   | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест проверка домашнего задания                     |

| Наименование разделов и тем дисциплины (модуля),<br><br>Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) | Номинальные трудозатраты обучающегося   |                            | Самостоятельная работа обучающегося, академические часы | Всего академических часов | Форма текущего контроля успеваемости (наименование) |
|---|---|----------------------------|---|---------------------------|---|
|   | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)<br>Виды контактной работы, академические часы |                            |   |                           |   |
|   | Занятия лекционного типа*   | Занятия семинарского типа* |   |                           |   |
| Численное решение краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.                             | 2   | 1                          | 3   | 6                         | Тест проверка домашнего задания                     |
| Всего   | 36  | 18                         | 54  | 108                       |   |

## 6.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

|   |                          |  |
|---|--------------------------|--|
| 1 | Интерполирование.        | Постановка задачи интерполирования<br>Интерполирование полиномами.<br>Интерполяционный полином Лагранжа.<br>Погрешность интерполирования.<br>Интерполирование с кратными узлами.<br>Полиномы Эрмита. Интерполирование сплайнами. Определение кубического сплайна.<br>Существование кубического сплайна.<br>Сходимость и точность интерполирования сплайнами. |
| 2 | Численное интегрирование | Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Сходимость.<br>Остаточные члены в формулах прямоугольников, трапеций и Симпсона.<br>Точность. Апостериорная оценка погрешности и повышение точности по результатам расчетов с разными шагами.   |

|   |  |   |
|---|--|---|
|   |  | Проблема оптимизации квадратурных формул. Квадратурные формулы Гаусса. Полиномы Лежандра.<br>Узлы и веса в квадратурных формулах Гаусса.  |
| 3 | Численное решение систем линейных алгебраических уравнений | Формулы Крамера. Метод Гаусса. Число действий в методе Гаусса.<br>Метод Гаусса с выбором ведущих элементов. Уменьшение ошибок округления.<br>Вычисление определителей. Системы с трехдиагональными матрицами. Метод прогонки. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений. Линейные нормированные пространства. Норма матриц. Устойчивость по правой части решения системы линейных алгебраических уравнений с неравным нулю определителем. Число обусловленности матрицы. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.<br>Каноническая форма одношаговых итерационных методов. Достаточное условие сходимости итерационного метода. Метод простой итерации. Методы Зейделя и верхней релаксации. |
| 4 | Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений  | Разностные уравнения. Сеточные функции и сеточные нормы. Разностная аппроксимация производных. Разностные уравнения. Численное решение задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Численное решение краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.  |

### 7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу;

на семинарах: выборочная проверка выполнения домашних заданий, оценка выполнения заданий программы семинара.

#### 7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

1. Функция  $\sin x$   $[0, \pi/4]$  интерполяционным многочленом по значениям в точках  $0, \pi/8, \pi/4$ . Оценит погрешность интерполяции на этом отрезке.
2. Является ли выражение  $\min(|x_1| + 2|x_2|, 2|x_1| + |x_2|)$  нормой вектора в  $\mathbb{R}^2$ ?
3. Найти матричные нормы, подчиненные векторным нормам  $\|\cdot\|_\infty, \|\cdot\|_2$ .

#### Вопросы к экзамену

1. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера.
2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Число действий в методе Гаусса.

3. Метод Гаусса с выбором ведущих элементов по строке. Уменьшение ошибок округления.
4. Применение метода Гаусса к вычислению определителей.
5. Теорема о системе с диагональным преобладанием.
6. Системы с трехдиагональной матрицей. Метод прогонки.
7. Линейные нормированные пространства. Норма матрицы.
8. Устойчивость по правой части решения невырожденной системы линейных алгебраических уравнений.
9. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений.
10. Оценка числа обусловленности матрицы.
11. Построение итерационных последовательностей. Каноническая форма одношаговых итерационных методов.
12. Достаточное условие сходимости итерационного метода. Интервал сходимости.
13. Метод простой итерации. Интервал сходимости. Погрешность решения, невязка уравнения.
14. Неявные итерационные методы. Метод Зейделя.
15. Метод верхней релаксации. Достаточное условие сходимости метода верхней релаксации, интервал сходимости.
16. Классическая постановка задачи интерполирования. Интерполирование полиномами.
17. Интерполяционная формула Лагранжа.
18. Интерполяционный полином в форме Ньютона.
19. Погрешность интерполяционного полинома.
20. Интерполирование с кратными узлами. Полиномы Эрмита.
21. Интерполирование сплайнами. Определение кубического сплайна. Существование кубического сплайна.
22. Решение системы уравнений для коэффициентов кубического сплайна.
23. Сходимость и точность интерполирования сплайнами.
24. Сеточные функции и сеточные нормы.
25. Разностная аппроксимация производных. Погрешность аппроксимации.
26. Разностные уравнения. Примеры разностных уравнений.
27. Метод Эйлера решения задачи Коши. Погрешность решения. Погрешность аппроксимации схемы на решении.
28. Повышение точности разностного метода. Исправленный метод Эйлера.
29. Метод Рунге-Кутты. Однопараметрическое семейство разностных схем Рунге-Кутты.
30. Частные случаи разностных схем Рунге-Кутты: схема предиктор-корректор, метод средней точки.
31. Численное решение краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка.
32. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций. Сходимость. Остаточные члены.
33. Квадратурная формула Симпсона. Сходимость. Остаточный член.
34. Апостериорная оценка погрешности и повышение точности квадратурных формул по результатам расчетов с разными шагами.
35. Задача построения оптимальных квадратурных формул. Квадратурные формулы Гаусса.
36. Полиномы Лежандра.
37. Узлы и весовые коэффициенты в квадратурных формулах Гаусса.
38. Схема вычислительного эксперимента в математическом моделировании. Построение и исследование численного метода. Погрешности метода, дискретизация и округления.

- для экзамена

| <b>ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)</b>  |                                      |  |  |   |
|--|--------------------------------------|--|--|---|
| Оценка<br>РО и соответствующие виды оценочных средств  | 2                                    | 3  | 4  | 5   |
| <b>Знания</b><br>(виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)  | Отсутствие знаний                    | Фрагментарные знания                                     | Общие, но не структурированные знания  | Сформированные систематические знания                           |
| <b>Умения</b><br>(виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)                    | Отсутствие умений                    | В целом успешное, но не систематическое умение           | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера) | Успешное и систематическое умение                               |
| <b>Навыки (владения, опыт деятельности)</b><br>(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.) | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме                               | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

- для зачета

| <b>ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)</b>  |                                      |  |  |   |
|--|--------------------------------------|--|--|---|
| Оценка<br>РО и соответствующие виды оценочных средств  | Не зачтено                           | Зачтено  |  |   |
| <b>Знания</b><br>(виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)  | Отсутствие знаний                    | Фрагментарные знания                                     | Общие, но не структурированные знания  | Сформированные систематические знания                           |
| <b>Умения</b><br>(виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)                    | Отсутствие умений                    | В целом успешное, но не систематическое умение           | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера) | Успешное и систематическое умение                               |
| <b>Навыки (владения, опыт деятельности)</b><br>(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.) | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме                               | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

**8. Ресурсное обеспечение:**

– **Перечень основной и дополнительной литературы** (учебники и учебно-методические пособия),

### **Основная литература**

1. А.А. Самарский. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987.
1. 2. А.А. Самарский, А. В. Гулин. Численные методы. М.: Наука, 1989.
2. 3. А.Н.Тихонов, Д.П.Костомаров. Вводные лекции по прикладной математике. М.: Наука, 1984.
3. 4. Д.П. Костомаров, А.П. Фаворский. Вводные лекции по численным методам. М. «Логос», 2004.
4. 5. Н.С.Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков. Численные методы. М.: Бином, Лаборатория знаний, 2007.
5. 6. Н.С.Бахвалов, А.В.Лапин, Е.В.Чижонков. Численные методы в задачах и упражнениях. М.: «Высшая школа», 2000.

### **Дополнительная литература**

1. А.А. Самарский, А. В. Гулин. Численные методы математической физики. – М.: Научный мир, 2000. – 316 с.

**Перечень лицензионного программного обеспечения** (при необходимости);  
**Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем;**

- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»** (при необходимости).
- **Описание материально-технического обеспечения.**

**9. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в общей характеристике ОПОП.**

**10. Язык преподавания- русский**

**11. Преподаватели: Дашкова О.Ю.**

**12. Авторы программы: Дашкова О.Ю.**