

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

филиал МГУ в г. Севастополе

факультет компьютерной математики  
кафедра вычислительной математики

<b>УТВЕРЖДЕНО</b>	
на 20 <u>25</u> - 20 <u>26</u> учебный год	
Методическим советом Филиала	
Протокол № <u>10</u> от <u>28</u> . <u>08</u> 20 <u>25</u> г.	
Заместитель директора по учебной работе	
Заведующий кафедрой	



г. Севастополе  
О.А. Шпырко  
2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Уровень высшего образования:

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки:

01.03.02 «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»

Направление ОПОП

ОБЩИЙ

Форма обучения:

ОЧНАЯ

Рабочая программа рассмотрена  
на заседании кафедры прикладной ма-  
тематики  
протокол № 1 от \_\_\_\_\_  
« 05 » 09 2024г.  
Заведующий кафедрой  
(подпись) (В.В. Ежов)

Рабочая программа одобрена  
Методическим советом  
Филиала МГУ в г.Севастополе  
Протокол № 1 от \_\_\_\_\_  
« 13 » 09 2024г.  
(подпись) (Л.И. Теплова)

Севастополь, 2024

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика информатика» (утвержден приказом МГУ от 30 августа 2019 года № 1041 (в редакции приказа МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109), приказами об утверждении изменений в ОС МГУ от 10 июня 2021 года № 609, от 21 декабря 2021 года № 1404

Год приема на обучение: 2021.

*курс – 4*

*семестры – 7*

*зачетных единиц – 4*

*академических часов – 144, в т. ч.*

*лекций – 18 часов*

*практических занятий – 36 часов*

*Форма промежуточной аттестации:*

*Экзамен в 7 семестре*

## **1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО.**

Курс входит в базовую часть образовательной программы.

## **2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть).**

Курс строится на знаниях по ранее изученным дисциплинам: «Математический анализ», «Методы оптимизации». В дальнейшем, знания и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, являются основой для подготовки и защиты выпускной квалификационной работы.

## **3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.**

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать** основные понятия теории игр, принципы выбора оптимальных стратегий, способы решения игровых задач рынка, теоремы о решениях матричной игры в смешанных стратегиях, симплекс метод решения задачи линейного программирования, классические задачи антагонистических игр

**Уметь** строить математические модели задач исследования операций, приводить их к нужному виду, определять к какому разделу исследования операций они относятся, выбирать и реализовывать наиболее рациональный метод решения, использовать пакеты прикладных программ для решения задач исследования операций, применять теоретический материал, творчески подходить к решению профессиональных задач, ориентироваться в нестандартных условиях и ситуациях, анализировать возникающие проблемы, использовать математический аппарат для обработки технической и экономической информации и анализа данных, строить устную и письменную речь логически верно.

**Владеть** методами и приемами решения практических задач и доказательства утверждений, методами построения математических моделей типовых профессиональных задач, способностью к обобщению, анализу, постановке цели и выбору путей ее достижения.

## **4. Формат обучения: очный.**

**5. Объем дисциплины** составляет 4 з. е., в том числе 52 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (аудиторная нагрузка), 92 академических часа на самостоятельную работу обучающихся.

## ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)  Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего Академических часов	Номинальные трудозатраты обучающегося			Форма текущего контроля успеваемости (наименование)
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)			
		Виды контактной работы, часы			
		Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*	Самостоятельная работа обучающегося, академические часы СРС	
Основные понятия теории игр и исследования операций. Классификация игр.	14	2	4	8	Опрос на семинарских занятиях
Критерии выбора стратегий.	16	4	4	8	Опрос на семинарских занятиях
Игровая задача рынка Курно с линейной функцией цены.	14	2	4	8	Опрос на семинарских занятиях
Антагонистические игры.	16	2	6	8	Опрос на семинарских занятиях
Смешанные стратегии в матричных играх.	14	2	4	8	Опрос на семинарских занятиях
Приведение матричной игры в смешанных стратегиях к задаче линейного программирования.	12	2	4	6	Опрос на семинарских занятиях
Практические задачи антагонистических игр.	8	2	4	2	Опрос на семинарских занятиях
$\varepsilon$ - седловые точки. $\varepsilon$ - стратегии.	10	2	4	4	Опрос на семинарских занятиях
Всего часов	104	18	34	52	Экзамен

## 6.2 Содержание разделов (тем) дисциплины

### А. План лекций

№ п/п	Номер занятия	Наименование темы и содержание лекции	Количество часов
1.	1.	<p><b>Основные понятия теории игр и исследования операций. Классификация игр.</b></p> <p>Определения стратегии, ситуации, платежа, игрока. Математическая модель игры. Классификация игр по числу игроков, по количеству стратегий, по времени выбора стратегий, по характеру взаимодействия, по характеру распределения платежей, по полноте информации, по наличию случайных факторов, по способу выбора стратегий. Примеры игр: дилемма заключённых, семейный спор, игра Штакельберга.</p>	2
2.	2.	<p><b>Критерии выбора стратегий.</b></p> <p>Выбор доминирующих стратегий, критерий Вальда, принцип крайнего оптимизма, критерий Гурвица, критерий Лапласа, критерий Байеса, оптимальные решения по Парето, равновесие по Нэшу, критерий Сэвиджа. Пример применения стратегий на игре «Семейный спор».</p>	4
3.	3.	<p><b>Игровая задача рынка Курно с линейной функцией цены.</b></p> <p>Решение игровой задачи: равновесие по Нэшу, оптимальность по Парето.</p>	2
4.	4.	<p><b>Антагонистические игры.</b></p> <p>Постановка задачи. Теоремы о седловых точках. Выбор осторожных стратегий в антагонистических играх. Максиминные и минимаксные стратегии. Примеры решения антагонистических игр.</p>	2
5.	5.	<p><b>Смешанные стратегии в матричных играх.</b></p> <p>Определение матричной игры. Седловая точка. Функция выигрыша в матричной игре. Теорема о существовании решения матричной игры в смешанных стратегиях. Матричные игры <math>2 \times m, n \times 2</math>.</p>	2
6.	6.	<p><b>Приведение матричной игры в смешанных стратегиях к задаче линейного программирования.</b></p> <p>Построение математической модели. Примеры решения.</p>	2

7.	7.	<b>Практические задачи антагонистических игр.</b> Игра полковника Блотто, игры с природой,	2
8.	8.	<b><math>\varepsilon</math> - седловые точки. <math>\varepsilon</math> - стратегии.</b> Определения $\varepsilon$ - седловой точки, $\varepsilon$ - стратегии. Теоремы о связи $\varepsilon$ - седловых точек и $\varepsilon$ - оптимальных стратегий.	2

### Б. План семинарских (практических или лабораторных) занятий.

№ п/п	Номер занятия	Наименование темы и содержание лекции	Количество часов
1.	1. Семинар	<b>Основные понятия теории игр и исследования операций. Классификация игр.</b> Определения стратегии, ситуации, платежа, игрока. Математическая модель игры. Классификация игр по числу игроков, по количеству стратегий, по времени выбора стратегий, по характеру взаимодействия, по характеру распределения платежей, по полноте информации, по наличию случайных факторов, по способу выбора стратегий. Примеры игр: дилема заключённых, семейный спор, игра Штакельберга.	4
2.	2. Семинар	<b>Критерии выбора стратегий.</b> Выбор доминирующих стратегий, критерий Вальда, принцип крайнего оптимизма, критерий Гурвица, критерий Лапласа, критерий Байеса, оптимальные решения по Парето, равновесие по Нэшу, критерий Сэвиджа. Пример применения стратегий на игре «Семейный спор».	4
3.	3. Семинар	<b>Игровая задача рынка Курно с линейной функцией цены.</b> Решение игровой задачи: равновесие по Нэшу, оптимальность по Парето.	4
4.	4. Семинар	<b>Антагонистические игры.</b> Постановка задачи. Теоремы о седловых точках. Выбор осторожных стратегий в	6

		антагонистических играх. Максиминные и минимаксные стратегии. Примеры решения антагонистических игр.	
5.	5. Семинар	<b>Смешанные стратегии в матричных играх.</b> Определение матричной игры. Седловая точка. Функция выигрыша в матричной игре. Теорема о существовании решения матричной игры в смешанных стратегиях. Матричные игры $2 \times m, n \times 2$ .	4
6.	6. Семинар	<b>Приведение матричной игры в смешанных стратегиях к задаче линейного программирования.</b> Построение математической модели. Примеры решения.	4
7.	7. Семинар	<b>Практические задачи антагонистических игр.</b> Игра полковника Блотто, игры с природой,	4
8.	8. Семинар	<b><math>\varepsilon</math> - седловые точки. <math>\varepsilon</math> - стратегии.</b> Определения $\varepsilon$ - седловой точки, $\varepsilon$ - стратегии. Теоремы о связи $\varepsilon$ - седловых точек и $\varepsilon$ - оптимальных стратегий.	4

## 7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине

### 7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

1)

Задача 1	
Найти множество значений $\lambda$ , для которых в матричной игре	$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & \lambda \\ 0 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
существует седловая точка.	

Задача 2

Найти множество ситуаций, оптимальных по Парето в биматричной игре  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left( \begin{array}{cccc} -3 & 0 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 7 & -2 \\ 9 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right).$$

Задача 3

Найти множество ситуаций, равновесных по Нэшу в биматричной игре  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left( \begin{array}{cccc} -3 & 0 & -2 & -6 \\ 1 & 1 & -7 & -2 \\ 9 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right).$$

Задача 4

Найти множество значений  $\lambda$ , для которых матричная игра  $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & \lambda \\ 2 & -1 & 5 & 1 \\ 9 & 8 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  не имеет решения в чистых стратегиях.

Задача 5

Найти множество значений  $\lambda$ , для которых в матричной игре  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & \lambda \\ 0 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  ситуация (1,4) является  $\varepsilon$  седловой точкой.

Задача 6

Найти множество значений  $\lambda$ , для которых в матричной игре  $\begin{pmatrix} 7 & 4 & -3 & \lambda \\ 0 & 1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  первая стратегия первого игрока является оптимальной.

### Задача 7

Найти множество значений  $\lambda$ , для которых в матричной игре четвертая стратегия второго игрока является оптимальной.

$$\begin{pmatrix} -5 & 4 & 3 & \lambda \\ 0 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

2) Решить игру (принцип доминирующих стратегий, критерий Вальда, крайнего оптимизма, Гурвица, Лапласа, Байеса, Сэвиджа)

(1, 1) (2, 0) (3, -1)  
(3,2) (2,3) (1, 4)

3) Решить семейный спор для трёх игроков

	Ф	Т	А
М	2	0	1
Ж	-2	3	2
Р	3	1	4

4) Найти верхнюю и нижнюю цены матричной игры

5 3 2 3 4  
4 7 3 8 6  
7 9 5 5 8  
0 -1 1 14 7

## 7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации

### Вопросы к экзамену по курсу «Теория игр и исследование операций» (7 семестр)

1. Основные понятия теории игр
2. Классификация игр
3. Математические модели статических и динамических игр
4. Принципы выбора оптимальных стратегий
5. Биматричные игры
6. Игровые задачи рынка. Доминирующие стратегии
7. Игровые задачи рынка. Равновесие по Нэшу
8. Игровые задачи рынка. Оптимальность по Парето

9. Антагонистические игры. Основные понятия и определения
10. Решение антагонистической игры. Седловые точки и их свойства
11. Поиск седловых точек в антагонистических играх
12. Оптимальные стратегии в антагонистических играх
13.  $\varepsilon$ -оптимальные седловые точки
14.  $\varepsilon$ -оптимальные стратегии в антагонистических играх
15. Связь  $\varepsilon$ -оптимальных седловых точек с  $\varepsilon$ -оптимальными стратегиями
16. Связь  $\varepsilon$ -оптимальных стратегий с  $\varepsilon$ -оптимальными седловыми точками
17. Постановка задачи решения антагонистической игры в смешанных стратегиях
18. Теоремы о решениях матричной игры в смешанных стратегиях
19. Решения в смешанных стратегиях матричной игры порядка  $2 \times 2$
20. Решения в смешанных стратегиях матричной игры порядка  $2 \times m$
21. Решения в смешанных стратегиях матричной игры порядка  $n \times 2$
22. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования
23. Классические задачи антагонистических игр

<b>ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине</b>				
Оценка	2	3	4	5
<b>РО и соответствующие виды оценочных средств</b>				
<b>Знания</b> (виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Умения</b> (виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
<b>Навыки (владения, опыт деятельности)</b> (доклады на научных конференциях, НИР)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

## 8. Ресурсное обеспечение:

**Перечень основной и дополнительной литературы** (учебники и учебно-методические пособия)

### а) основная литература;

1. Морозов В.В. Основы теории игр: Учебное пособие. М., 2002.
2. Благодатских А.И. Сборник задач и упражнений по теории игр: Учебное пособие. М., 2014.

3. Конюховский П.В. Теория игр: Учебник для академического бакалавриата. М., 2017.

**б) программное обеспечение и интернет ресурсы**

- пакеты прикладных программ MathCAD, MatLab.
- [exponenta.ru](http://exponenta.ru) – образовательный математический сайт,
- [www.cmc.msu.ru](http://www.cmc.msu.ru)
- [matlab.exponenta.ru](http://matlab.exponenta.ru) – консультационный центр MATLAB.

**Описание материально-технического обеспечения.**

- В материально-техническое обеспечение дисциплины входят аудитории, в том числе компьютерные классы, библиотечные фонды филиала МГУ им. М.В. Ломоносова в г. Севастополе и наличие в библиотеке и в Интернете необходимых учебников, сборников упражнений, словарей и научной литературы, а также доступ к ресурсам сети Интернет.

**9. Соответствуете результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в общей характеристике ОПОП.**

**10. Язык преподавания:** русский.

**11. Преподаватель:**

Пряшникова П.Ф., кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной математики.

**12. Автор программы:**

Пряшникова П.Ф., кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной математики.