

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Филиал МГУ в г. Севастополе

Кафедра вычислительной математики



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

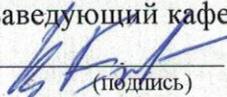
направления подготовки
38.03.01 «ЭКОНОМИКА»
Квалификация «бакалавр»

Направленность (профиль ОПОП)

Дисциплина по выбору

Форма обучения
Очная

Рабочая программа рассмотрена
на заседании кафедры
вычислительной математики
протокол № 1 от «05» сентября 2024г.

Заведующий кафедрой

(В.В. Ежов)
(подпись)

Рабочая программа одобрена
Методическим советом
Филиала МГУ в г. Севастополе
Протокол № 1 от «13» сентября 2024г.


(Л.И. Теплова)
(подпись)

Севастополь, 2024

Рабочая программа составлена на основе:

Приказа Министерства науки и высшего образования №954 от 12.08.2020 «Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика» и приказами о внесении изменений в ФГОС ВО от 19 июля 2022 года № 662, от 23 февраля 2023 года № 208.

Год (годы) приёма на обучение: 2023

курс – 3

семестр – 6

зачетных единиц – 2

академических часов – 36

часов лекций – 18 часов

семинарных занятий – 18 часов

Форма итоговой аттестации – зачет

1 Место дисциплины в структуре ОП ВО

Цель освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» является:

ознакомление с основными понятиями теории дифференциальных уравнений, методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Изучение теории устойчивости нелинейных динамических систем, краевых задач и методов их решения, а также квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка. Ознакомление с постановкой и методами решения задачи Коши.

Основные задачи дисциплины:

- дать фундаментальную подготовку в решении дифференциальных уравнений, умении применять их в решении прикладных задач;
- научить исследовать устойчивость динамических систем, ставить и решать задачи; - научить применению полученных теоретических знаний по дифференциальным уравнениям к задачам математического моделирования.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в вариативную часть ОС МГУ по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» (бакалавр). Логически и содержательно – методически данная дисциплина связана с базовыми курсами профессионального цикла «Стратегическое управление предприятием», «Управление потенциалом предприятия», «Экономическая диагностика», «Микроэкономика», «Макроэкономика».

Для успешного освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» студент должен обладать основами знаний по математическому анализу, линейной алгебре, в

частности уметь находить собственные значения и собственные векторы матрицы, владеть приёмами интегрирования и т.д.

2 Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Дифференциальные уравнения изучаются на 3 курсе, поэтому в 5 семестрах курс строится на знаниях ранее изученных школьных дисциплин, а также ранее изученных Математический анализ, Алгебра и геометрия. В дальнейшем знания и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, являются основой для освоения следующих профессиональных и специальных дисциплин: Теория вероятностей, Численные методы.

3 Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Знать: - классификацию дифференциальных уравнений, интегрируемых в квадратурах;
 - методы понижения порядка уравнения;
 - линейное дифференциальное уравнение, определитель Вронского, фундаментальную систему решений; - основные понятия теории устойчивости;
 - классификацию точек покоя на фазовой плоскости;

Уметь:

- решать дифференциальные уравнения первого порядка, интегрируемы в квадратурах;
- находить общие, частные и особые решения;
- строить фундаментальную систему решений линейного дифференциального уравнения и линейной системы;
- применять на практике методы нахождения фундаментальной системы решений в резонансном случае;
- строить фазовый портрет системы второго порядка, находить и классифицировать особые точки, анализировать систему на устойчивость по Ляпунову;
- решать краевые задачи второго порядка, строить функцию Грина;
- находить экстремали функционала;
- применять методы дифференциальных уравнений для решения практических задач; **Владеть:**

методами решения линейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений; техникой применения методов обыкновенных дифференциальных уравнений для решения математических и прикладных задач.

4. Формат обучения- очный

5. **Объем дисциплины (модуля)** зачетные единицы - 3, академических часов - 108, в т.ч. лекций – 18 часов

семинарных занятий – 36 часов

6. **Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий**

6.1. **Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий** ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

| № п/п | Название темы | Количество часов | | | Формы текущего контроля успеваемости (по темам) / Форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|----------------------------|---|------------------|----|-----|---|
| | | Л | С | СРС | |
| 1 | Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка | 4 | 12 | 18 | Контрольная работа |
| 2 | Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого | 6 | 12 | 18 | Опрос у доски |
| 3 | Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений | 4 | 8 | 12 | Контрольная работа |
| 4 | Раздел 4. Теория устойчивости | 4 | 4 | 6 | Опрос у доски |
| | Итого | 18 | 36 | 54 | |
| ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ | | | | | Экзамен – 18ч |

6.2. **Содержание разделов (тем) дисциплины**

А. ПЛАНЫ ЛЕКЦИЙ

| № лекции | Тема лекции | Часы |
|----------|--|----------|
| | Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка | 4 |
| Лекция 1 | Понятие дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Уравнение колебаний. Уравнение радиоактивного распада. Задачи Коши с начальными данными и краевые задачи. | 2 |
| Лекция 2 | Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Непрерывная зависимость от параметра и начальных условий. Метод изоклин решения дифференциальных уравнений. | 2 |
| | Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого | 6 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| Лекция 3 | Дифференциальные уравнения n-го порядка. Методы понижения порядка уравнения. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. | 2 |
| Лекция 4 | Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения.. | 2 |
| Лекция 5 | Метод неопределённых коэффициентов решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. Примеры | 2 |
| | Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений | 6 |
| Лекция 6 | Линейные однородные системы. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение линейной системы. | 2 |
| Лекция 7 | Нахождение фундаментальной системы решений для линейной системы с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай некратных корней характеристического уравнения. Примеры. | 2 |
| Лекция 8 | Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения. | 2 |
| | Раздел 4. Теория устойчивости | 2 |
| Лекция 9 | Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы. Точки покоя. Устойчивость по первому приближению. (первый метод Ляпунова). Примеры | 2 |
| | Итого за 3 семестр | 18 |

План семинарских занятий.

| № занятия | Тема занятия | Часы |
|-----------|---|-----------|
| | Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого | 12 |

| | порядка | |
|-----------|--|---|
| Занятие 1 | Метод изоклин решения дифференциальных уравнений. № 1-5*. Метод разделения переменных при решении дифференциальных уравнений первого порядка, разрешённых относительно производной. Общее, частное и особое решение. № 51-60, 88,89,91,92,100 – задачник Филиппова А.Ф. [4]. | 2 |
| Занятие 2 | Однородные дифференциальные уравнения. №101106, 113-120. | 2 |
| Занятие 3 | Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. № 136-140, 146-148, 150,151-152. | 4 |
| Занятие 4 | Уравнение в полных дифференциалах. Общий интеграл уравнения первого порядка. № 186-188, 195-200. | 2 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| Занятие 5 | Контрольная работа №1 по теме занятий 1 - 4. | 2 |
| | Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого | 10 |
| Занятие 6 | Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Методы понижения порядка уравнения. № 421-425, 434-437, 447, 455-458, 460-466, 475-480. | 4 |
| Занятие 7 | Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Метод Эйлера решения однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Фундаментальная система решений. № 511-520. | 3 |
| Занятие 8 | Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения. Метод неопределённых коэффициентов решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. № 533-539, 544-547, 575-579. | 3 |
| | Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений | 10 |
| Занятие 9 | Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае некратных корней характеристического уравнения. № 786-791, 796-802 | 2 |
| Занятие 10 | Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения. Схема Жордана. № 792, 804-808 | 2 |
| Занятие 11 | Общее решение неоднородной системы. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения. № 826-833 | 2 |
| Занятие 12 | Фундаментальная матрица системы. Метод вариации постоянных при нахождении частного решения неоднородной системы № 846-848. | 2 |
| Занятие 13 | Контрольная работа № 2 по теме занятий 6 - 12. | 2 |
| | Раздел 4. Теория устойчивости | 4 |
| Занятие 14 | Основные понятия теории устойчивости. | 2 |
| | Устойчивость решения линейной системы. Устойчивость по первому приближению (первый метод Ляпунова). № 899-904, 915-919 | |
| Занятие 15 | Исследование траекторий в окрестности точки покоя. Фазовая плоскость. Фазовый портрет системы. № 1021-1026, 1001, 1002 | 2 |
| | Итого за семестр | 36 |

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу;

на семинарах: выборочная проверка выполнения домашних заданий, оценка выполнения заданий программы семинара.

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

1 Найти общее решение

$$\dot{x} = ax + y + t$$

$$\dot{y} = 3x + 5y$$

2 Исследовать на устойчивость нулевое решение

$$\begin{cases} \dot{x} = 2e^{-x} - \sqrt{4+ay}, \\ \dot{y} = \ln(1+x+ay). \end{cases}$$

3 Найти состояния равновесия и описать их топологический тип.

$$\dot{x} = \ln \frac{y^2 - y + 1}{1 + a}$$

$$\dot{y} = x - y$$

4 Решить краевую задачу $y'' + ay = 0$, $y'(0) = 0$, $y(1) = 1$

5 При каком « b » решение содержит периодические функции

$$\dot{x} = 2x + ay$$

$$\dot{y} = bx + 5y + e^{-3t}$$

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Вопросы к зачету:

1. Понятие дифференциальных уравнений и его решения, пример 2.

Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

3. Уравнение колебания маятника.

4. Начальные условия, задача Коши, примеры.

5. Лемма Гронуолла.

6. Условие Липшица и теорема о единственности решения, пример.

7. Частное и общее решения, интеграл дифференциального уравнения, примеры.

8. Уравнения с разделяющимися переменными, пример решения.

9. Однородные дифференциальные уравнения, пример решения.

10. Линейное уравнение первого порядка, пример решения.

11. Метод вариации для линейного уравнение первого порядка, пример решения.

12. Уравнения в полных дифференциалах, пример решения.
13. Интегрирующий множитель, пример решения.
14. Дифференциальные уравнения, не разрешённые относительно производных, теорема о существовании решения.
15. Уравнения Лагранжа и Клеро, примеры.
16. Принцип сжатых отображений, теорема существования и единственности решения задачи Коши.
17. Теоремы о гладкой зависимости от начальных данных и параметра.
18. Дифференциальные уравнения n -го порядка. Методы понижения порядка уравнения, пример.
19. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка, пространство решений, пример.
20. Определитель Вронского, теоремы об определителе Вронского, примеры
21. Фундаментальная система решений, теорема об общем решении линейного уравнения n -го порядка, пример.
22. Общее решение линейного неоднородного уравнения, пример.
23. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, действительные различные корни, примеры.
24. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, действительные кратные корни, примеры
25. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, комплексные корни, примеры.
26. Линейные неоднородные уравнения второго порядка со специальной правой частью, пример.
27. Решение линейных неоднородных уравнений второго порядка методом вариации, пример.
28. Уравнение Эйлера, пример.
29. Системы дифференциальных уравнений, задача Коши, теорема существования и единственности, общее решение.
30. Однородная система линейных уравнений, фундаментальная матрица, примеры.
31. Вронскиан и формула Лиувилля, пример.
32. Неоднородная система линейных уравнений, теорема о структуре общего решения, пример.

33. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, пример.
34. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай некратных корней характеристического уравнения, пример.
35. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай кратных корней характеристического уравнения, пример.
36. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай комплексных корней характеристического уравнения, пример.
37. Матричная экспонента как решение системы линейных уравнений.
38. Решение неоднородных линейных систем, метод вариации произвольных постоянных, пример.
39. Определение устойчивости, асимптотической устойчивости решения, примеры.
40. Устойчивость линейных систем с постоянной матрицей, примеры.
41. Классификация точек покоя линейных систем, примеры
42. Состояния равновесия нелинейных систем, теорема Гробмана-Хартмана, пример.
43. Алгоритм исследование траекторий в окрестности точки покоя, пример
44. Решение краевой задачи, пример.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)
Оценка РО

и
соответствующие Не зачтено Зачтено виды оценочных средств

| Знания (виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные | Отсутствие структурированных знаний | Фрагментарные структурированные знания работы, тесты, и т.п.) | Общие, но не | Сформированные |
|---|---|---|--|--|
| | | | систематические знания | знания |
| Умения (виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на | Отсутствие умений | успешное, но не систематическое умение заданную тему и т.п.) | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает отдельные пробелы умение не характера) | Успешное и систематическое принципиального |

| | | | | |
|---|--------------------------------------|--|--|---|
| Навыки (владения, опыт деятельности) <i>(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)</i> | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |
|---|--------------------------------------|--|--|---|

8. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной и дополнительной литературы (учебники и учебно-методические пособия),

а) основная литература:

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1980. -230 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: «Наука», 1965. -279 с.
3. Дмитриев В.И. Дифференциальные уравнения и вариационное / Учебное пособие. - М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, 2000. - 95 с.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: ИнтегралПресс, 1998. – 208 с.

б) дополнительная литература:

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1974. - 210 с.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: «Наука», 1970. - 190 с.

9. Язык преподавания.

Русский

10. Преподаватель.

Профессор Г.С. Осипенко **11.**

Автор программы.

Профессор Г.С. Осипенко