

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
филиал МГУ в г. Севастополе  
факультет компьютерной математики  
кафедра прикладной математики

**УТВЕРЖДЕНО**  
на 20 22 - 20 23 учебный год  
Методическим советом Филиала

Протокол № 8 от «28» 06 20 22 г.

Заместитель директора по учебной работе

Заведующий кафедрой

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор  
Филиала МГУ в г. Севастополе  
О.А. Шпырко

«03» сентября 20 21 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**УТВЕРЖДЕНО**  
на 20 23 - 20 24 учебный год  
Методическим советом Филиала

Протокол № 9 от «28» 06 20 23 г.

Заместитель директора по учебной работе

Заведующий кафедрой

Наименование дисциплины (модуля):

**ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ**

код и наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:  
бакалавриат

Направление подготовки:

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП:  
общий

(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения

очная

Рабочая программа рассмотрена  
на заседании кафедры программирования  
протокол № 2 от «10» июня 2021 г.  
Заведующий кафедрой прикладной  
математики

С.И. Гуров (С. И. Гуров)  
(подпись)

Рабочая программа одобрена  
Методическим советом  
Филиала МГУ в г. Севастополе  
Протокол № 8 от «30» августа 2021 г.  
С.А. Наличаева (С. А. Наличаева)  
(подпись)

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» в редакции приказа МГУ от 30 августа 2019 г. (в редакции приказа МГУ от 11 сентября 2019г №1109).

Год (годы) приема на обучение с 2019.

*курс – 4*

*семестр – 7*

*зачетных единиц 4*

*академических часов 52, в т.ч.:*

*лекции 18 часов,*

*семинарских 34 часа,*

*Формы промежуточной аттестации: нет*

*Форма итоговой аттестации: экзамен в 7 семестре.*

## **1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО.**

Дисциплина «Теория игр и исследование операций» входит в базовую часть блока общепрофессиональной подготовки по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» на основе образовательного стандарта, установленного Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова для реализуемых образовательных программ высшего профессионального образования по данному направлению подготовки.

### *Цель дисциплины*

В результате освоения дисциплины студент приобретает знания, умения и навыки, обеспечивающие достижение целей основной образовательной программы «Прикладная математика и информатика».

Дисциплина нацелена на подготовку студентов к:

- решению задач принятия решений в условиях риска и неопределенности, используя различные критерии,
- аналитическому и графическому решению задач теории игр,
- решению задач управления запасами.

### *Задачи дисциплины*

Основными задачами изучения данной дисциплины являются: научить строить игровые модели и решать их; научить применять игровые модели для решения прикладных задач в экономике и бизнесе. Использование игровых моделей позволяет выделять и формально описывать в математическом виде наиболее важные связи переменных и объектов, проводить их анализ, получать количественные соотношения, принимать оптимальные решения, что может представлять конкретный практический интерес.

## **2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.**

«Теория игр и исследование операций» входит в базовую часть образовательной программы. «Теория игр и исследование операций» изучается в 7 семестре, поэтому курс строится на знаниях по ранее изученным дисциплинам: «Математический анализ», «Методы оптимизации». В дальнейшем, знания и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, являются основой для подготовки и защиты выпускной квалификационной работы.

## **3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.**

### *Знать*

Обладание знаниями о предмете и объектах теории игр и исследования операций, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях изучаемого предмета.

Владение основами методологии научного познания различных уровней организации материи, пространства и времени; умение, используя междисциплинарные системные связи теории игр, самостоятельно выделять и решать основные мировоззренческие и методологические естественнонаучные и социальные проблемы с целью планирования устойчивого развития.

Знать основные критерии выбора стратегий. Знать основные определения модели рынка Курно, основные определения и теоремы, связанные с матричными и биматричными играми,  $\epsilon$  – стратегиями и  $\epsilon$  – седловыми точками, антагонистическими играми с непрерывной функцией выигрыша.

*Уметь*

Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные, необходимые для построения соответствующей игровой задачи.

Способность к творчеству, порождению инновационных идей, выдвижению самостоятельных гипотез при решении задач теории игр.

Умение строить математическую модель задачи теории игр и исследования операций. Уметь решить поставленную задачу, используя знания, полученные в результате изучения курса.

Уметь применять полученные знания при решении практических задач (рулетка, посев культур, игра полковника Блотто и др.)

*Владеть*

Владение методологией научных исследований в области теории игр и исследования операций.

Способность к поиску, критическому анализу, обобщению и систематизации научной информации, к постановке целей исследования и выбору оптимальных путей и методов решения задач теории игр.

Способность к самостоятельному обучению и разработке новых методов исследования задач теории игр, к изменению научного и научно-производственного профиля деятельности; к инновационной научно-образовательной деятельности.

Способность построить адекватную математическую модель рассматриваемой задачи. И решить эту задачу используя один из выбранных критериев (Вальда, максимакса, Гурвица, Лапласа, доминирующие стратегии, Байеса, Сэвиджа, Нэша, оптимальность по Парето).

Способность формировать суждения о значении и последствиях рассматриваемой задачи теории игр с учетом социальных, профессиональных и этических позиций.

#### 4. Формат обучения - очный.

### 5. Объем дисциплины (модуля)

составляет 4 з.е., в том числе 52 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (аудиторная нагрузка), самостоятельная работа – 92 часа.

### 6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

6.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы	Всего академических часов	Формы текущего контроля успеваемости
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа			
1	Основные понятия теории игр и исследования операций. Критерии выбора стратегий.	4	8	20	12	Консультации
2	Критерии выбора стратегий.	4	8	20	12	Консультации
3	Исследование рынка Курно	2	4	20	12	Консультации

4	Антагонистические игры с конечным числом стратегий	4	2	20	10	Консультации
5	Антагонистические игры с бесконечным числом стратегий	2	8	10	12	Консультации
6	$\varepsilon$ - оптимальные седловые точки и $\varepsilon$ - оптимальные стратегии в антагонистических играх	2	4	2	8	Консультации
	Примеры задач теории игр	18	34	92	52	

## 6.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ пп	Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Содержание разделов (тем) дисциплин
1	Основные понятия теории игр и исследования операций. Критерии выбора стратегий.	Математические модели статических и динамических игр. Классификация.
2	Критерии выбора стратегий.	Рассматриваются критерии: доминирующие стратегии, Вальда, максима, Гурвица, Лапласа, Байеса, Сэвиджа, Нэша, оптимальность по Парето.
3	Исследование рынка Курно	Рассматриваются критерии Вальда, Нэша и оптимальность по Парето для рынка Курно с линейной функцией цены.

3	Антагонистические игры с конечным числом стратегий	Поиск седловых точек в антагонистических играх. Постановка задачи решения антагонистической игры в смешанных стратегиях. Теорема о существовании решения матричной игры в смешанных стратегиях. Необходимые и достаточные условия существования оптимальных стратегий в матричных играх
4	Антагонистические игры с бесконечным числом стратегий	Смешанные стратегии в бесконечных антагонистических играх. Основные понятия. Теоремы о смешанных стратегиях в бесконечных антагонистических играх. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования.
5	$\varepsilon$ - оптимальные седловые точки и $\varepsilon$ - оптимальные стратегии в антагонистических играх	Рассматриваются теоремы о связи между $\varepsilon$ - седловыми точками и $\varepsilon$ - стратегиями в антагонистических играх. Доказательства теорем.
6	Примеры задач теории игр	Задача о посеве культур, игра полковника Блотто и др.

## **7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу;

на семинарах: выборочная проверка выполнения домашних заданий, оценка выполнения заданий программы семинара.

### **7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.**

*Темы рефератов:*

1. История теории игр.
2. Классификация игр.
3. Позиционные игры.
4. Игры с бесконечным множеством чистых стратегий.
5. Игры, не имеющие цены.
6. Игры, связанные с выбором времени или распределением средств.
7. Стохастические игры.
8. Рекурсивные игры.
9. Игры на выживание.
10. Игры на истощение.
11. Теория игр и социология.
12. Матричные игры.
13. Игры со строгим соперничеством и с нестрогим соперничеством.
14. Игры с уравновешенными парами.
15. Игры без уравновешенных пар.
16. Принципы решения матричных антагонистических игр.
17. Игры  $2 \times 2$ ,  $2 \times n$ ,  $m \times 2$ .
18. Решение игр  $m \times n$  симплекс-методом.
19. Итеративный метод Брауна.
20. Применение теории игр для анализа проблем микроэкономики.
21. Основные свойства игр с ненулевой суммой.
22. Решения некооперативных игр. Психологические факторы.
23. Торг по Нэшу.
24. Игры в обороне.
25. Смешанные стратегии и нормальная форма.
26. Игры с постоянной суммой и с нулевой суммой.
27. Равновесия Нэша.
28. Секвенциальные равновесия.

*Пример варианта контрольной работы*



Задача 1

Найти множество значений  $\lambda$ , для которых в матричной игре  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & \lambda \\ 0 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  существует седловая точка.

Задача 2

Найти множество ситуаций, оптимальных по Парето в биматричной игре  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 0 & 1 \end{pmatrix}$   
 $\left( \begin{matrix} -3 & 0 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 7 & -2 \\ 9 & 3 & 4 & -1 \end{matrix} \right)$ .

Задача 3

Найти множество ситуаций, равновесных по Нэшу в биматричной игре  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$   
 $\left( \begin{matrix} -3 & 0 & -2 & -6 \\ 1 & 1 & -7 & -2 \\ 9 & 3 & 4 & -1 \end{matrix} \right)$ .

Задача 4

Найти множество значений  $\lambda$ , для которых матричная игра  $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & \lambda \\ 2 & -1 & 5 & 1 \\ 9 & 8 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  не имеет решения в чистых стратегиях.

Задача 5

Найти множество значений  $\lambda$ , для которых в матричной игре  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & \lambda \\ 0 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  ситуация (1,4) является  $\varepsilon$  седловой точкой.

Задача 6

Найти множество значений  $\lambda$ , для которых в матричной игре  $\begin{pmatrix} 7 & 4 & -3 & \lambda \\ 0 & 1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  первая стратегия первого игрока является оптимальной.

Задача 7

Найти множество значений  $\lambda$ , для которых в матричной игре  $\begin{pmatrix} -5 & 4 & 3 & \lambda \\ 0 & -1 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  четвертая стратегия второго игрока является оптимальной.

**7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.**

Нет

**7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения итоговой аттестации.**

Экзаменационные вопросы

1. Основные понятия теории игр
2. Классификация игр
3. Математические модели статических и динамических игр
4. Принципы выбора оптимальных стратегий
5. Биматричные игры
6. Игровые задачи рынка. Доминирующие стратегии
7. Игровые задачи рынка. Равновесие по Нэшу
8. Игровые задачи рынка. Оптимальность по Парето
9. Антагонистические игры. Основные понятия и определения
10. Решение антагонистической игры. Седловые точки и их свойства
11. Поиск седловых точек в антагонистических играх с конечным числом стратегий
12. Поиск седловых точек в антагонистических играх с бесконечным числом стратегий
13. Оптимальные стратегии в антагонистических играх

14.  $\varepsilon$  - оптимальные седловые точки
15.  $\varepsilon$  - оптимальные стратегии в антагонистических играх
16. Связь  $\varepsilon$  - оптимальных седловых точек с  $\varepsilon$  - оптимальными стратегиями
17. Связь  $\varepsilon$  - оптимальных стратегий с  $\varepsilon$  - оптимальными седловыми точками
18. Постановка задачи решения антагонистической игры в смешанных стратегиях
19. Теоремы о решениях матричной игры в смешанных стратегиях
20. Решения в смешанных стратегиях матричной игры порядка  $2 \times 2$
21. Решения в смешанных стратегиях матричной игры порядка  $2 \times m$
22. Решения в смешанных стратегиях матричной игры порядка  $n \times 2$
23. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования
24. Симплекс метод решения задачи линейного программирования
25. Классические задачи антагонистических игр

<b>ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)</b>				
Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	Зачтено			
	Не зачтено			
<b>Знания</b> (виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Умения</b> (виды оценочных средств: практически контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
<b>Навыки (владения, опыт деятельности)</b> (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

## 8. Ресурсное обеспечение:

### а) основная литература

1. А.А. Васин, П.С. Краснощеков, В.В. Морозов. Исследование операций. - М.: Издательский центр АКАДЕМИЯ, 2008.
2. А.А. Васин, В.В. Морозов. Теория игр и модели математической экономики. - М.: МАКС Пресс, 2005.

3. В.В.Морозов, А.Г.Сухарев, В.В.Федоров. Исследование операций в задачах и упражнениях. - М.: ВШ, 1986.
4. В.В. Морозов. Основы теории игр. - М.: Изд-во ф-та ВМК МГУ, 2002.
5. Оуэн Г. Теория игр. Пер. с англ. - М.: Вузовская книга, 2004. - 216 с.: ил.
6. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. - М.: изд-ва ВШ и Книжный дом Университет, 1998. - 300 с.

**б) дополнительная литература**

1. Афанасьев М. Ю., Суворов Б. П. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения. Учебное пособие. Изд-во: Инфра-М, 2003 г.
2. Вагнер Г. Основы исследования операций . Т.1-3. - М.: Мир, 1973. - 632 с.
3. Васильев Ф. П. Иваницкий А. Ю. Линейное программирование. - М.: Факториал Пресс. 2003. - 352 с.
4. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. Учебное пособие для вузов. Изд-во: Дрофа, 2006 г.
5. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М. и др. Исследование операций в экономике. Учебное пособие для вузов. Изд-во: Юнити, 2005 г, 407 стр.
6. Кузнецов Б. Т. Математические методы и модели исследования операций. Изд-во: Юнити-Дана, 2005 г.
7. Печерский С.Л. Яновская Е.Б. Кооперативные игры: решения и аксиомы. СПб.: Изд-во Европейского ун-та в Санкт-Петербурге, 2004. - 459 с.
8. Протасов И. Д. Теория игр и исследование операций. Изд-во: Гелиос АРВ, 2006 г. 368 с.
9. Фомина Т.П. Элементы исследования операций и теории игр. ИД Русская панорама, 2006. 88 с.
10. Шикин Е. В. Исследование операций. Учебник. Изд-во: ВЕЛБИ, Проспект, 2006 г, 280 с.

**в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы;**

Пакеты прикладных программ MathCAD, MatLab

1. [exponenta.ru](http://exponenta.ru) – образовательный математический сайт.
2. [www.cmc.msu.ru](http://www.cmc.msu.ru)
3. [matlab.exponenta.ru](http://matlab.exponenta.ru) – консультационный центр MATLAB.

*е) Описание материально-технического обеспечения.*

№ п/п	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа	Приспособленность помещений для использования инвалидами и лицами с ОВЗ

1	Аудитория для проведения лекционных и семинарских занятий № 275	123,11 м <sup>2</sup> . 3-х створчатая доска для мела – 1 Стационарный экран для проектора – 1 Стол для преподавателя – 1 шт. Столов – 30 стульев – 68.	Возможность подключения ноутбука и мультимедийного оборудования, беспроводной доступ в интернет Список ПО на ноутбуках: Microsoft Windows 10, Microsoft Office 2016, Google Chrome, Mozilla Firefox, Adobe Reader DC, VLC Media Player	
---	---	---	--	--

**9. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП .**

**10. Язык преподавания.**

*Русский*

**11. Преподаватель (преподаватели).**

Старший преподаватель кафедры Прикладной математики Пряшников П.Ф.

**12. Автор (авторы) программы.**

Старший преподаватель кафедры Прикладной математики Пряшников П.Ф.