

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
филиал МГУ в г. Севастополе
факультет компьютерной математики
кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДЕНО
на 20 21 - 20 22 учебный год
Методическим советом Филиала
Протокол № 8 от «31» 08 20 21 г.
Заместитель директора по учебной работе
Заведующий кафедрой



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля):

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

УТВЕРЖДЕНО
на 20 21 - 20 22 учебный год
Методическим советом Филиала
Протокол № 8 от «28» 06 20 22 г.
Заместитель директора по учебной работе
Заведующий кафедрой

код и наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Направление подготовки:

38.03.01 Экономика

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП:

общий

(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения

очная

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры программирования протокол № 3 от «28» сентяб 2020 г. Заведующий кафедрой прикладной математики

(подпись) / (С. И. Гуров)

Рабочая программа одобрена Методическим советом Филиала МГУ в г. Севастополе Протокол № 6 от «10» нояб 2020 г. (А.В. Мартынкин)

(подпись)

Севастополь, 2020

Рабочая программа составлена на основе:

- Федерального Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению 080100 «Экономика» (квалификация «бакалавр»), утвержденного Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 21 декабря 2009 года, № 747

- Положения о порядке разработки и утверждения образовательных программ высшего образования, утвержденного Методическим советом Филиала МГУ в г. Севастополе (протокол № 3 от 19 апреля 2018 г.);

- Типовой учебной программы курса «Дифференциальные уравнения» экономического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

Рабочая программа разработана

профессором кафедры прикладной математики, доктором физ.-мат. наук Г.С. Осипенко в 2018 г.

курс – **3**

семестр – **6**

зачетных единиц – **2**

академических часов – **51** часов

лекций – **34** часов

семинарных занятий – **17** часов

Формы промежуточной аттестации – **зачет**

1 Цели и задачи учебной дисциплины

Предмет дисциплины – обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений, уравнения в частных производных первого порядка, теория устойчивости решений систем, краевые задачи и вариационное исчисление.

Цель освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» является:

ознакомление с основными понятиями теории дифференциальных уравнений, методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Изучение теории устойчивости нелинейных динамических систем, краевых задач и методов их решения, а также квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка. Ознакомление с постановкой и методами решения задач вариационного исчисления.

Основные задачи дисциплины:

- дать фундаментальную подготовку в решении дифференциальных уравнений, умении применять их в решении прикладных задач;
- научить исследовать устойчивость динамических систем, ставить и решать краевые задачи;
- научить применению полученных теоретических знаний по дифференциальным уравнениям к задачам математического моделирования.

2 Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в вариативную часть ОС МГУ по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» (бакалавр). Логически и содержательно – методически данная дисциплина связана с базовыми курсами профессионального цикла «Стратегическое управление предприятием», «Управление потенциалом предприятия», «Экономическая диагностика», «Микроэкономика», «Макроэкономика».

Для успешного освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» студент должен обладать основами знаний по математическому анализу, линейной алгебре, в частности уметь находить собственные значения и собственные векторы матрицы, владеть приёмами интегрирования и т.д.

3 Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

общекультурные компетенции:

- способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

общепрофессиональные компетенции:

- способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ОПК-3);
- способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2);

профессиональные компетенции:

практическая деятельность:

- способность собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-1);

- способность выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами (ПК-3);

- способность использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии (ПК-8).

- способность к творчеству, порождению инновационных идей, выдвижение самостоятельных гипотез (СК- 1);

- владеть современными профессиональными знаниями в области физики, математики, современных информационных технологий, компьютерных сетей, программных продуктов и ресурсов интернета и использования их для решения задач профессиональной деятельности (ПК-2).

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

знать:

- основные виды дифференциальных уравнений и области их применения;
- основные понятия и свойства дифференциальных уравнений;
- применение математического аппарата при исследовании дифференциальных уравнений.

уметь:

- применять эти базовые знания при решении типовых задач;
- самостоятельно работать с математической литературой;
- логически и алгоритмически мыслить, строго излагая свои мысли

владеть:

- навыками решения задачи и интерпретации результатов в терминах прикладной области;
- основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач дифференциальных уравнений.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет:

зачетные единицы - 2,
академических часов - 51, в т.ч.
лекций – **34** часов

семинарных занятий – **17** часов

Формат обучения.

Преподавание дисциплины может быть реализовано в смешанном формате, очно в аудиториях учебного корпуса и на Портале дистанционной поддержки образовательного процесса (на платформе ЭОИС «Moodle»). На странице дисциплины <https://distant.sev.msu.ru/enrol/index.php?id=140> размещены материалы для лекционных и семинарских занятий, средства текущего и промежуточного контроля.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название темы	Количество часов			Формы текущего контроля успеваемости (по темам) / Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
		Л	С	СРС	
1	Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	4	12	18	Контрольная работа
2	Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого	6	12	18	Опрос у доски
3	Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	4	8	12	Контрольная работа
4	Раздел 4. Теория устойчивости	4	4	6	Опрос у доски
	Итого	18	36	54	
ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ					Экзамен – 18ч

4.1 СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ

А. ПЛАНЫ ЛЕКЦИЙ

№ лекции	Тема лекции	Часы
	Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	4
Лекция 1	Понятие дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Уравнение колебаний. Уравнение радиоактивного распада. Задачи Коши с начальными данными и краевые задачи.	2
Лекция 2	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Непрерывная зависимость от параметра и начальных условий. Метод изоклин решения дифференциальных уравнений.	2
	Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого	6
Лекция 3	Дифференциальные уравнения n-го порядка. Методы понижения порядка уравнения. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.	2
Лекция 4	Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения.	2
Лекция 5	Метод неопределённых коэффициентов решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. Примеры	2
	Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	6
Лекция 6	Линейные однородные системы. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение линейной системы.	2

Лекция 7	Нахождение фундаментальной системы решений для линейной системы с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай некратных корней характеристического уравнения. Примеры.	2
Лекция 8	Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения.	2
	Раздел 4. Теория устойчивости	2
Лекция 9	Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы. Точки покоя. Устойчивость по первому приближению. (первый метод Ляпунова). Примеры	2
	Итого за 3 семестр	18

Б. План семинарских занятий.

№ занятия	Тема занятия	Часы
	Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	12
Занятие 1	Метод изоклин решения дифференциальных уравнений. № 1-5 *. Метод разделения переменных при решении дифференциальных уравнений первого порядка, разрешённых относительно производной. Общее, частное и особое решение. № 51-60, 88,89,91,92,100 – задачник Филиппова А.Ф. [4].	2
Занятие 2	Однородные дифференциальные уравнения. №101-106, 113-120.	2
Занятие 3	Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. № 136-140, 146-148, 150,151-152.	4
Занятие 4	Уравнение в полных дифференциалах. Общий интеграл уравнения первого порядка. № 186-188, 195-200.	2
Занятие 5	Контрольная работа №1 по теме занятий 1 - 4.	2
	Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого	10
Занятие 6	Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Методы понижения порядка уравнения. № 421-425, 434-437, 447, 455-458, 460-466, 475-480.	4
Занятие 7	Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Метод Эйлера решения однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Фундаментальная системарешений. № 511-520.	3
Занятие 8	Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения. Метод неопределённых коэффициентов решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. №533-539, 544-547, 575-579.	3
	Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	10

Занятие 9	Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае некрatных корней характеристического уравнения. № 786-791, 796-802	2
Занятие 10	.Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения. Схема Жордана. № 792, 804-808	2
Занятие 11	Общее решение неоднородной системы. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения. № 826-833	2
Занятие 12	Фундаментальная матрица системы. Метод вариации постоянных при нахождении частного решения неоднородной системы № 846-848.	2
Занятие 13	Контрольная работа № 2 по теме занятий 6 - 12.	2
	Раздел 4. Теория устойчивости	4
Занятие 14	Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы. Устойчивость по первому приближению (первый метод Ляпунова). № 899-904, 915-919	2
Занятие 15	Исследование траекторий в окрестности точки покоя. Фазовая плоскость. Фазовый портрет системы. № 1021-1026, 1001, 1002	2
	Итого за 3 семестр	36

5. Рекомендуемые образовательные технологии.

Работа в аудитории: лекции; семинары, консультации.

Комплексное изучение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» предполагает овладение материалами лекций, учебной литературы, творческую работу студентов в ходе проведения практических, а также систематическое выполнение заданий для самостоятельной работы студентов.

В ходе лекций раскрываются основные вопросы в рамках рассматриваемой темы, делаются акценты на наиболее сложные и интересные положения изучаемого материала, которые должны быть приняты студентами во внимание. Материалы лекций являются основой для подготовки студента к практическим занятиям.

Практические занятия предназначены для освоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Практические занятия направлены на приобретение навыка решения конкретных задач, расчетов, на основе имеющихся теоретических фактических знаний.

Основной целью практических занятий является контроль степени усвоения пройденного материала, закрепление материала и развитие навыка самостоятельного решения задач.

Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы.

Внеаудиторная работа: самостоятельное изучение отдельных вопросов программы по учебной литературе, контроль за выполнением индивидуальных домашних заданий, которые сдаются в письменной форме преподавателю.

Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). Практикуется самостоятельная работа по постановке и решению индивидуальных оригинальных прикладных задач. Студенты готовятся к участию в ежегодной студенческой олимпиаде по математике.

Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Работа в аудитории: лекции, консультации, в том числе, консультации для групп и индивидуальные консультации, семинарские занятия, контрольные работы. Просмотр фильма о странном аттракторе Лоренца.

Работа в аудитории: лекции; консультации, в том числе консультации для групп и индивидуальные консультации.

Внеаудиторная работа: самостоятельная работа студентов.

V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Успешное освоение курса возможно лишь при тщательном изучении теоретического материала, решением большого количества задач самостоятельно. Часть теоретического материала изучается самостоятельно, задачи курса, в основном, требуют значительного времени для их решения. Использование компьютерной системы позволит упростить некоторые вычисления, даст возможность проверить и интерпретировать полученные результаты.

Виды самостоятельной работы обучающегося сведем в следующую таблицу:

	Виды СРС	Часы
1	Проработка лекций по конспекту	14
2	Выполнение домашних практических заданий	16
3	Подготовка к контрольной работе	16
4	Выполнение индивидуального типового расчёта	14
Всего часов:		60

изучения основной и дополнительной литературы и открытых информационных ресурсов по сети Интернет по темам курса.

7 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

На лекциях – консультации, устный опрос, оценка конспекта.

В конспекте каждый студент помимо материалов лекций отражает результат самостоятельного изучения литературы.

На практических (семинарских) занятиях после изучения типовых задач по темам курса проводится контрольная работа по индивидуальным практическим заданиям. Данные по всем заданиям сохраняются в профиле студента до итогового зачета.

Типичные задания контрольных работ

Контрольная работа № 1

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1. $y' = 3\sqrt[3]{y^2}$; $y(2)=0$ | 2. $e^{-y} dx - (2y + xe^{-y}) dy = 0$ |
| 3. $(x^2 + y^2)y' = 2xy$ | 4. $y dx - x dy = 2x^3 \operatorname{tg} \frac{y}{x} dx$ |
| 5. $(x+1)(y' + y^2) = -y$ | |

Контрольная работа № 2

- | | |
|--|--------------------------------|
| 1. $y' - y' = 0$ | 2.. $y'' - 9y = e^{3x} \cos x$ |
| 3. $yy'' + y'^2 = 1$ | |
| 4. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5\sin t \end{cases}$ | |
| 5. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$ | |

Форма итогового контроля – зачет.

Вопросы к зачету

1. Понятие дифференциальных уравнений. Физические и экономические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Теорема существования и единственности. Общее, частное и особое решение.
2. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах. Уравнение с разделяющимися переменными.
3. Однородное уравнение.
4. Линейное уравнение. Метод вариации постоянных.
5. Уравнение Бернулли.
6. Уравнение в полных дифференциалах. Общий интеграл уравнения первого порядка
7. Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Методы понижения порядка уравнения.
8. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
9. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения.
10. Метод неопределённых коэффициентов решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.
11. Общая теория однородных линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Определитель Вронского. Линейная независимость решений системы. Фундаментальная система решений и общее решение для линейной системы уравнений.
12. Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае некратных корней характеристического уравнения.

13. Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения.
14. Фундаментальная матрица системы. Метод вариации постоянных при решении неоднородной системы.
15. Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы. Устойчивость по первому приближению (первый метод Ляпунова).
16. Исследование траекторий в окрестности точки покоя. Фазовая плоскость. Фазовый портрет системы второго порядка.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1980. -230 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: «Наука», 1965. -279 с.
3. Дмитриев В.И. Дифференциальные уравнения и вариационное / Учебное пособие. - М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, 2000. - 95 с.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Интеграл-Пресс, 1998. – 208 с.
5. Ермаков В.И., Бобрик Г.И., Гринцевичус В.К., Матвеев В.И. и др. Сборник задач по высшей математике для экономистов. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 575 с.

б) дополнительная литература:

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1974. - 210 с.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: «Наука», 1970. - 190 с.

в) Интернет-ресурсы:

Journals of American Mathematical Society – <http://www.ams.org/journals/>

Journal of the London Mathematical Society – <http://www.jlms.oxfordjournals.org/>

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

<https://isu.bibliotech.ru/>

<http://e.lanbook.com>

<http://rucont.ru/>

<http://ibooks.ru/>

<http://e-library.ru/>

<http://educa.isu.ru/>

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины

- библиотека Филиала МГУ в г. Севастополе;
- лекционные аудитории, снабжённые мультимедийными средствами для демонстрации презентаций;
- компьютерные классы с доступом к Интернет-ресурсам (вкл. ресурсы МГУ) с любого компьютера. Каждому студенту в компьютерном классе должен определяться индивидуальный профиль, дающий возможность сохранять выполненные задания на практических (семинарское) занятиях (в часы самостоятельной работы) до экзамена.