Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
филиал МГУ в г. Севастополе
факультет компьютерной математики
кафедра программирования

УТВЕРЖДЕНО
на 2022-2023 учебный год
Методическим советом Филиала
Протокол № 8 от «28» 06 2022 г.
Заместитель директора по учебной работе
Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Директор
Филиала МГУ в г. Севастополе
О.А. Шпырко
«03» сентября 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

УТВЕРЖДЕНО
на 2023-2024 учебный год
Методическим советом Филиала
Протокол № 9 от «28» 06 2023 г.
Заместитель директора по учебной работе
Заведующий кафедрой

Наименование дисциплины (модуля):

Б-ОН МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

код и наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Направление подготовки:

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП:
общий
(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения

очная

Рабочая программа рассмотрена
на заседании кафедры программирования
протокол № 2 от «10» июня 2021 г.
Руководитель ОП 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
_______________ (Н. В. Лактионова)
(подпись)

Рабочая программа одобрена
Методическим советом
Филиала МГУ в г.Севастополе
Протокол № 8 от «31» августа 2021 г.
_______________(С. А. Наличаева)
(подпись)

Севастополь, 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» в редакции приказа МГУ от 30 августа 2019 г.
(в редакции приказа МГУ от 11 сентября 2019г №1109)

Год (годы) приема на обучение с 2019

курс – 1,2
семестры –1,2,3,4
зачетных единиц – 27
академических часов -504, в т.ч.
лекций – 252 часа
практических занятий –252 часа

Форма промежуточной аттестации:
зачет в 1,2, 3 .семестре

Форма итоговой аттестации – экзамен в 1,2,4 *семестре.*

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО.

Дисциплина «Математический анализ» входит в базовую часть блока общепрофессиональной подготовки по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» на основе образовательного стандарта, установленного Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова для реализуемых образовательных программ высшего профессионального образования по данному направлению подготовки.

Целями освоения учебной дисциплины математический анализ являются: обеспечение базовой математической подготовки студентов в области основных понятий и методов математического анализа, их применения при решении математических, физических и прикладных задач; формирование математической культуры.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть).

Математический анализ изучается на 1 и 2 курсах, поэтому в 1 и 2 семестрах курс сроится на знаниях ранее изученных школьных дисциплин, а также читаемого параллельно курса «Алгебра и геометрия» , в 3,4 семестрах, поэтому курс сроится на знаниях ранее изученных Математический анализ 1, Алгебра и геометрия. В дальнейшем знания и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, являются основой для освоения следующих профессиональных и специальных дисциплин: Теория вероятностей, Численные методы, Уравнения математической физики, Функциональный анализ.

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Знать: обязательный минимум содержания основной образовательной программы по математическому анализу;
Уметь: применять математические методы для решения практических задач;
Владеть: понятиями дифференциального и интегрального исчисления, техникой применения методов математического анализа для решения математических и прикладных задач.

4. Формат обучения- очный

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 27з.е., в том числе 504 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (аудиторная нагрузка), 468 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

4. Структура учебной дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет:

зачетных единиц -27

академических часов-504

лекций - 252

семинарских занятий -252

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

6.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося			Всего академических часов	Форма текущего контроля успеваемости (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы		
	Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*			
Введение	4	4	4	18	опрос
Теория вещественных чисел	8	6	20	34	Тест проверка домашнего задания
Предел последовательности	12	10	20	42	Контрольная работа
Предел функции и непрерывность	16	16	20	52	Тест проверка домашнего задания
Основы дифференциального исчисления	10	8	20	38	Опрос проверка домашнего

					задания
Неопределенный интеграл	6	8	20	24	Тест проверка домашнего задания
Свойства дифференцируемых функций	8	10	20	38	Тест проверка домашнего задания
Исследование функций и построение графиков	8	10	20	38	Контрольная работа
	72	72	144	288	
Промежуточная аттестация *(зачет(ы) и (или) экзамен(ы))*			*(количество часов,** отведенных на промежуточную аттестацию)*		
Итого				288	
2 семестр					
Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), **Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**	**Номинальные трудозатраты обучающегося**			**Всего академических часов**	**Форма текущего контроля успеваемости** (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		**Самостоятельная работа обучающегося, академические часы**		
	Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*			
Определенный интеграл	18	14	40	38	Тест проверка домашнего задания
Несобственные интегралы	18	20	35	50	Опрос проверка домашнего задания Контрольная работа
Дифференциальное исчисление функций многих переменных	18	18	35	46	Тест проверка домашнего задания
Неявные функции и	18	20	34	34	Опрос

условные экстремумы					проверка домашнего задания
	72	72	144	288	
Промежуточная аттестация *(зачет(ы) и (или) экзамен(ы))*			*(количество часов,** отведенных на промежуточную аттестацию)*		
Итого				288	
3 семестр					
Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), **Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**	**Номинальные трудозатраты обучающегося**			**Всего академических часов**	**Форма текущего контроля успеваемости** (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		**Самостоятельная работа обучающегося, академические часы**		
	Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*			
Числовые ряды	8	8	8	24	Опрос проверка домашнего задания
Абсолютно сходящиеся ряды и их свойства	8	8	8	24	Опрос проверка домашнего задания
Функциональные последовательности и ряды.	16	16	16	48	Опрос проверка домашнего задания контрольная работа
Двойные и многократные интегралы.	12	12	12	36	Опрос проверка домашнего задания
Кратные несобственные интегралы	4	4	4	12	Опрос проверка домашнего задания
Криволинейные и поверхностные	6	6	6	18	Опрос проверка

интегралы.					домашнего задания
Поверхностные интегралы	6	6	6	18	Опрос проверка домашнего задания
Элементы теории поля	12	12	12	36	Опрос проверка домашнего задания контрольная работа
Промежуточная аттестация - зачет		*(количество часов,** отведенных на промежуточную аттестацию)*			
Итого	72	72	72	216	
4 семестр					
Интегралы, зависящие от параметра.	16	18	18	52	Опрос проверка домашнего задания контрольная работа
Ряды Фурье	16	12	12	40	Опрос проверка домашнего задания
Интеграл Фурье и преобразование Фурье.	4	6	6	16	Опрос проверка домашнего задания контрольная работа
Промежуточная аттестация: экзамен		*(количество часов,** отведенных на промежуточную аттестацию)*			
Итого	36	36	36	108	

**В таблице должно быть зафиксировано проведение текущего контроля успеваемости, который может быть реализован, например, в рамках занятий семинарского типа.*
*** Часы, отводимые на проведение промежуточной аттестации, выделяются из часов самостоятельной работы обучающегося. (зачет –6 часов, экзамен – 8 часов)*

6.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1.	Введение	Метод математической индукции. Неравенство Бернулли. Неравенства для среднего гармонического, среднего геометрического, среднего арифметического, среднего квадратичного. Формальное дифференцирование и интегрирование.
2.	Теория вещественных чисел	Рациональные числа и их свойства. Элементы теории множеств и теория действительных чисел (бесконечных десятичных дробей). Правила сравнения вещественных чисел. Приближение вещественного числа рациональными числами. Арифметические операции над вещественными числами. Теорема о существовании точных граней у ограниченного числового множества. Понятие отображения множеств. Взаимно-однозначные отображения, эквивалентность множеств. Счетные множества и множества мощности континуум.

1.	Предел последовательности	Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Их основные свойства, связь между ними. Сходящиеся последовательности и их основные свойства. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Предельный переход в неравенства, теорема "о двух милиционерах". Достаточное условие сходимости монотонной последовательности. Лемма о стягивающихся сегментах. Число e. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши. Подпоследовательности и предельные точки. Множество предельных точек последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательности. Доказательство того, что верхний и нижний пределы последовательности являются элементами множества предельных точек последовательности.
2.	Предел функции и непрерывность	Определение числовой функции одного числового аргумента. Примеры известных функций: Хэвисайда, Дирихле, Римана, sgn(x) и некоторые другие. Предел по Коши и по Гейне. Доказательство их эквивалентности. Односторонние пределы. Арифметические операции. Предел суперпозиции. Предельный переход в неравенствах. Критерий Коши существования конечного предельного значения Ограниченность функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции в конечной точке и на бесконечности. Правила сравнения. O, o, O^*, o^* символика. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции в точке, на множестве. Локальные свойства непрерывной функции: ограниченность в точке, сохранение знака, арифметические операции. Непрерывность суперпозиции. Монотонность функции. Критерий непрерывности строго монотонной функции. Непрерывность обратной функции. Элементарные функции и их основные свойства. Классификация точек разрыва. Кусочно-непрерывные функции. О точках разрыва монотонных функций. Глобальные свойства непрерывных функций: прохождение через ноль; I теорема Вейерштрасса; II теорема Вейерштрасса. Монотонность функции, имеющей обратную. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора. Глобальные свойства непрерывных функций: прохождение через ноль; I теорема Вейерштрасса; II теорема Вейерштрасса. Монотонность функции, имеющей обратную. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора.
3.	Основы дифференциального	Определение производной в точке. Односторонние производные. Геометрический смысл производной.

	исчисления	Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Локальный экстремум. Достаточное условие строгой монотонности дифференцируемой функции в точке. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Теорема Ролля. Арифметические операции над функциями, имеющими производную. Дифференцируемость суперпозиции. Производная обратной функции. Первый дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Производная функции, заданной параметрически. Монотонность в точке. Локальный экстремум. Достаточное условие строгой монотонности дифференцируемой функции в точке. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.Постоянство функции, производная которой равна нулю. Обобщенная формула конечных приращений. Необходимость условий в этих теоремах.
4.	Неопределенный интеграл	Первообразная. Единственность первообразной с точностью до константы. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы. Примеры интегралов, которые не вычисляются в элементарных функциях. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям. Рекуррентные вычисления некоторых интегралов. Свойства алгебраических многочленов с действительными коэффициентами. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших. Классы функций интегрируемые в элементарных функциях.
5.	Свойства дифференцируемых функций	Следствие из формулы Лагранжа. Критерий монотонности дифференцируемой функции. Достаточное условие строгой монотонности. Прохождение производной через промежуточное значение. О характере точек разрыва производной. Достаточное условие равномерной непрерывности дифференцируемой функции. Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталя. Другие виды неопределенностей. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Шлемильха-Роша, Лагранжа, Коши, Пеано. Формула Маклорена. Формулы Тейлора-Маклорена элементарных функций. Оценка остаточного члена в различной форме для разложений этих функций по формуле Маклорена. Вычисление числа е с заданной точностью.
6.	Исследование функций и построение графиков	Понятие графика функции. Первое достаточное условие локального экстремума. Второе достаточное условие локального экстремума. Определение выпуклой функции. Критерий выпуклости

		дифференцируемой функции. Использование производной для доказательства известных неравенств: неравенство Юнга, неравенство Гельдера, неравенство Минковского. Достаточное условие строгой выпуклости дважды дифференцируемой функции. Геометрический критерий выпуклости дифференцируемой функции (в терминах графика функции). Определение точек перегиба. Необходимое условие перегиба. Первое достаточное условие перегиба. Второе достаточное условие перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема построения графика функции. Глобальный экстремум функции. Необходимое условие краевого экстремума. Достаточное условие краевого экстремума.
7. 2 семестр		
8.	Определенный интеграл	
9.	Определенный интеграл	Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площадей криволинейных областей, длин дуг, объемов, площадей поверхностей вращения в том числе и в полярных системах координат),
10.	Несобственные интегралы	Несобственные интегралы функции одной переменной, критерии и признаки их сходимости, абсолютная и условная сходимость.
11.	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	Частные производные. Производные старших порядков. Достаточные условия независимости от порядка дифференцирования. Дифференцируемые функции нескольких переменных. Дифференциал функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Векторно-матричная форма записи дифференциала. Сложные функции нескольких переменных. Дифференцируемость сложной функции. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Понятие касательной плоскости для функции двух переменных. Производная по направлению и градиент. Векторно-матричная форма записи дифференциала сложной функции.
12.	Неявные функции и условные экстремумы	Дифференциалы высших порядков. Символические формулы для дифференциала. Формула Тейлора. Локальный экстремум. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Понятие неявной функции. Теоремы о неявной функции, определяемой одним уравнением. Функциональный определитель (Якобиан). Теоремы о неявной функции, определяемой системой уравнений. Дифференцирование неявных функций. Понятия зависимости функций и независимости функций.

		Теорема о зависимости и независимости функций. Замена переменных в дифференциальных выражениях. Сведение задачи об условном экстремуме к задаче о безусловном экстремуме: Метод Лагранжа. Необходимые условия условного экстремума в форме Лагранжа. Достаточные условия условного экстремума в форме Лагранжа.
13. 3 семестр		
14.	Числовые ряды	Частичные суммы и остаток ряда. Стремление общего члена сходящегося ряда к нулю. Свойства сходящихся рядов (линейность). Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами. Достаточные условия сходимости рядов с неотрицательными членами: признаки сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак сходимости ряда. Признак Раабе. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов. Условно сходящиеся ряды. Признаки Дирихле и Абеля.
15.	Абсолютно сходящиеся ряды и их свойства	Абсолютно сходящиеся ряды и их свойства: независимость суммы от порядка слагаемых, перемножение двух абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана о перестановке членов в условно сходящемся ряде. Арифметические операции над сходящимися рядами. Произведения рядов. Теорема Мертенса. Бесконечные произведения. Связь между сходимостью бесконечных произведений и рядов. Двойные и повторные ряды. Взаимосвязь между сходимостью повторных и двойных рядов. Обобщенные методы суммирования расходящихся рядов. Метод Чезаро. Метод Пуассона — Абеля.
16.	Функциональные последовательности и ряды.	Понятие равномерной сходимости. Признак равномерной сходимости функциональной последовательности на множестве. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности (ряда). Два признака Абеля равномерной сходимости функциональных рядов. Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов. Признак Дини равномерной сходимости функциональной последовательности (ряда). Непрерывность суммы функциональной последовательности (ряда). Почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов. Почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Теорема о равномерном приближении непрерывной на сегменте функции алгебраическими многочленами.
17.	Двойные и многократные интегралы.	Определение и доказательство существования двойного интеграла при помощи прямоугольных разбиений области. Классы интегрируемых функций. Определение двойного интеграла при помощи произвольных разбиений области. Эквивалентность двух определений. Основные свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Тройные и многократные интегралы.
18.	Кратные несобственные	Кратные несобственные интегралы от неотрицательных

	интегралы	функций. Признаки сходимости. Кратные несобственные интегралы от знакопеременных функций. Эквивалентность понятий сходимости и абсолютной сходимости.
19.	Криволинейные и поверхностные интегралы.	Криволинейные интегралы первого и второго рода, их физический смысл. Условия существования криволинейных интегралов и сведение их к определенным интегралам. Формула Грина. Полные дифференциалы.
20.		Понятие поверхности. Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Лемма о проекции окрестности точки на касательную плоскость. Площадь поверхности. Квадрируемость поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Существование поверхностных интегралов.
21.	Элементы теории поля	Преобразование базисов. Инварианты линейного оператора. Дивергенций, ротор и производная по направлению векторного поля. Повторные операции теории поля. Поток векторного поля через поверхность. Соленоидальное векторное поле. Циркуляция векторного поля. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода на плоскости от пути интегрирования. Потенциальные векторные поля
	22. 4 семестр	
23.	Интегралы, зависящие от параметра.	Определение интеграла, зависящего от праметра. Равномерное по одной переменной стремление функции двух переменных к пределу по другой переменной
24.	Интегралы, зависящие от параметра.	Собственные интегралы, зависящие от параметра. Условия непрерывности, интегрируемости и дифференцирования. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Признаки сходимости Вейерштрасса и Дирихле-Абеля. Непрерывность и интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Исследование интеграла Дирихле и его вычисление. Г–функция Эйлера и ее основные свойства. В–функция Эйлера и ее основные свойства. Связь между эйлеровыми интегралами.
25.	Ряды Фурье	Ортонормированные системы. Наилучшее приближение элемента е евклидова пространства. Тождество Бесселя и неравенство Бесселя. Тригонометрические ряды Фурье. Тригонометрическая система в комплексной форме. Интегральное представление частных сумм ряда Фурье. Ядро Дирихле и его свойства. Принцип локализации Римана. Признак Дини сходимости тригонометрического ряда Фурье. Простейшие условия равномерной сходимости рядов Фурье. Теорема о почленном дифференцирование рядов Фурье. Теорема Фейера и ее следствия. Теорема о равномерном приближении непрерывной на сегменте функции тригонометрическими многочленами Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля. Теорема Ляпунова и ее следствия.

26.	Интеграл Фурье и преобразование Фурье.	Интеграл Фурье: нестрогий вывод; строгий вывод. Преобразование Фурье и его свойства. Пример применения преобразования Фурье. Решение уравнения теплопроводности.
27.	Мера и интеграл Лебега	Структура открытых и замкнутых множеств. Измеримые множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега от ограниченной функции. Интеграл Лебега от неограниченной функции.

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу;
на семинарах: выборочная проверка выполнения домашних заданий, оценка выполнения заданий программы семинара.

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

** еще будут добавлены варианты кр

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Вопросы к зачету (1 семестр)

1. Вычисление пределов последовательностей
2. Вычисление пределов функций
3. Вычисление производных
4. Исследование функций при помощи производных
5. Вычисление неопределенных интегралов
6. Вычисление опрделенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница

Примерное задание зачета (1 семестр)

1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$.
2. Найти производную $f(x) = \sin(x^{2\cos x})\ln\sin x$.
3. Вычислить интеграл $\int \frac{1}{\sin x}dx$
4. Вычислить интеграл $\int \frac{x^3}{x^2+x+2}dx$
5. Вычислить интеграл $\int_e^{2e} \frac{\ln x}{x}dx$

Вопросы к зачету (2 семестр)

1. Вычисление пределов функций многих переменных
2. Вычисление частных производных
3. Вычисление градиента, дивергенции, ротора, производных по направлению, смешанных производных

4. Нахождение уравнения касательной плоскости
5. Параметризация кривых и поверхностей
6. Вычисление касательных векторов, вектора нормали
7. Нахождение дифференциалов функций
8. Исследование функций на экстремум
9. Вычисление производных по правилам дифференцирования сложных функций

Примерное задание зачета (2 семестр)

Существует ли предел $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}$

Найти частные производные функции $f(x,y) = \frac{\sin(x+\cos xy)}{e^{\sin(\ln x + yx)}}$

Найти дивергенцию и ротор поля $F = (x + y + \sin z, \ln(xyz), (x + y + z)^2$

Исследовать на локальные экстремумы функцию
$f(x,y) = 3x^2 + 5xy - 2y^2 - 6x - 7y + 2$

Вычислить частные производные функции $g(u,v) = f\left(\frac{u}{v}, uv\right)$, используя инвариантность формы первого дифференциала

Вопросы к экзамену (1 семестр)

1. Понятие точной верхней и нижней грани. Аксиома Вейерштрасса.
2. Классификация точек множества.
3. Предел последовательности. Критерий Коши существования предела.
4. Теоремы о пределах последовательностей.
5. Лемма Кантора о вложенных отрезках.
6. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
7. Понятие компактности.
8. Предел функции. Критерий Коши.
9. Теоремы о пределах функций.
10. Первый и второй замечательный пределы.
11. Локальные свойства непрерывных функций.
12. Глобальные свойства непрерывных функций.
13. Понятие производной и дифференциала.
14. Геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной.
15. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
16. Формула Тейлора.
17. Правило Лопиталя.
18. Первообразная и неопределенный интеграл.
19. Локальные экстремумы и условия монотонности функции.
20. Правила подсчета неопределенных интегралов.

Вопросы к экзамену (2 семестр)

1. Определенный интеграл и его свойства.
2. Суммы Дарбу и критерий Дарбу.
3. Классы интегрируемых функций.
4. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Несобственный интеграл.
6. Несобственный интеграл. Признаки сходимости Абеля.
7. Несобственный интеграл. Признаки сходимости Дирихле.
8. Геометрические приложения определенного интеграла.
9. Частные производные. Дифференцируемость функции многих переменных.
10. Производная по направлению и градиент.
11. Равенство смешанных производных.
12. Условный экстремум функции многих переменных.

Вопросы к зачету (3 семестр)

1. Понятие числового ряда. Критерии Коши сходимости ряда.
2. Признаки сравнения сходимости рядов с неотрицательными членами.
3. Признаки Даламбера и Коши.
4. Интегральный признак Коши—Маклорена.
5. Теоремы Коши и Римана о перестановке членов числовых рядов.
6. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница. Признаки Дирихле и Абеля сходимости числовых рядов.
7. Произведения рядов. Теорема Мертенса.
8. Бесконечные произведения. Связь между сходимостью бесконечных произведений и рядов.
9. Двойные и повторные ряды. Взаимосвязь между сходимостью повторных и двойных рядов.
10. Признак равномерной сходимости функциональной последовательности на множестве.
11. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности (ряда).
12. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов (Вейерштрасса, Дирихле и Абеля).
13. Признак Дини равномерной сходимости функциональной последовательности (ряда).
14. Непрерывность суммы функциональной последовательности (ряда).
15. Почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов.
16. Почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
17. Степенной ряд и область его сходимости. Теорема Коши-Адамара.
18. Непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда.
19. Разложения элементарных функций в ряд Тейлора.
20. Равностепенная непрерывность последовательности функций. Теорема Арцела.
21. Метод Чезаро суммирования расходящихся рядов.
22. Метод Пуассона – Абеля суммирования расходящихся рядов.
23. Сходимость в среднем, связь с равномерной сходимостью.
24. Определение и доказательство существования двойного интеграла при помощи прямоугольных разбиений области. Классы интегрируемых функций.
25. Определение двойного интеграла при помощи произвольных разбиений области. Эквивалентность двух определений.
26. Сведение двойного интеграла к повторному.
27. Теорема о замене переменных в кратных интегралах (доказательство для двумерного случая).
28. Тройные интегралы. Сведение к повторным интегралам. Замена переменных.

29. Многократные интегралы.
30. Кратные несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сходимости.
31. Кратные несобственные интегралы от знакопеременных функций. Эквивалентность понятий сходимости и абсолютной сходимости.
32. Криволинейные интегралы первого рода и их свойства.
33. Криволинейные интегралы второго рода и их свойства.
34. Криволинейные интегралы второго рода по замкнутому контуру. Формула Грина.
35. Теорема о независимости криволинейного интеграла второго рода на плоскости от пути интегрирования. Полные дифференциалы.
36. Понятие поверхности. Нормаль и касательная плоскость к поверхности.
37. Площадь поверхности. Квадрируемость поверхности.
38. Поверхностные интегралы первого рода и их свойства.
39. Теорема о сведении поверхностного интеграла первого рода к двойному интегралу.
40. Поверхностные интегралы второго рода и их свойства.
41. Скалярные поля. Градиент и производная по направлению.
42. Векторные поля. Дивергенция и ротор.
43. Формула Остроградского-Гаусса.
44. Формула Стокса.
45. Инвариантное относительно выбора системы координат определение градиента, дивергенции и ротора.
46. Потенциальные и соленоидальные векторные поля.

Вопросы к экзамену (4 семестр)

1. Понятие числового ряда. Критерии Коши сходимости ряда. Признаки сравнения сходимости рядов с неотрицательными членами.
2. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши—Маклорена.
3. Теоремы Коши и Римана о перестановке членов числовых рядов.
4. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница. Признаки Дирихле и Абеля сходимости числовых рядов.
5. Произведения рядов. Теорема Мертенса.
6. Бесконечные произведения. Связь между сходимостью бесконечных произведений и рядов.
7. Двойные и повторные ряды. Взаимосвязь между сходимостью повторных и двойных рядов.
8. Признак равномерной сходимости функциональной последовательности на множестве. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности (ряда).
9. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов (Вейерштрасса, Дирихле и Абеля).
10. Признак Дини равномерной сходимости функциональной последовательности (ряда).
11. Непрерывность суммы функциональной последовательности (ряда). Почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов.
12. Почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
13. Степенной ряд и область его сходимости. Теорема Коши-Адамара.
14. Непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда.
15. Разложения элементарных функций в ряд Тейлора.
16. Равностепенная непрерывность последовательности функций. Теорема Арцела.
17. Метод Чезаро суммирования расходящихся рядов.
18. Метод Пуассона – Абеля суммирования расходящихся рядов.
19. Сходимость в среднем, связь с равномерной сходимостью.
20. Определение и доказательство существования двойного интеграла при помощи прямоугольных разбиений области. Классы интегрируемых функций.
21. Определение двойного интеграла при помощи произвольных разбиений области. Эквивалентность двух определений.
22. Сведение двойного интеграла к повторному.
23. Теорема о замене переменных в кратных интегралах (доказательство для двумерного случая).

24. Тройные интегралы. Сведение к повторным интегралам. Замена переменных. Многократные интегралы.
25. Кратные несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сходимости.
26. Кратные несобственные интегралы от знакопеременных функций. Эквивалентность понятий сходимости и абсолютной сходимости.
27. Криволинейные интегралы и их свойства.
28. Криволинейные интегралы второго рода по замкнутому контуру. Формула Грина.
29. Теорема о независимости криволинейного интеграла второго рода на плоскости от пути интегрирования. Полные дифференциалы.
30. Понятие поверхности. Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Площадь поверхности. Квадрируемость поверхности.
31. Поверхностные интегралы первого рода и их свойства. Теорема о сведении поверхностного интеграла первого рода к двойному интегралу.
32. Поверхностные интегралы второго рода и их свойства.
33. Скалярные поля. Градиент и производная по направлению. Векторные поля. Дивергенция и ротор.
34. Формула Остроградского-Гаусса.
35. Формула Стокса.
36. Инвариантное относительно выбора системы координат определение градиента, дивергенции и ротора.
37. Потенциальные и соленоидальные векторные поля.
38. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Условия непрерывности, интегрируемости и дифференцирования.
39. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Признаки сходимости Вейерштрасса и Дирихле-Абеля.
40. Непрерывность и интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
41. Дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
42. Г–функция Эйлера и ее основные свойства.
43. В–функция Эйлера и ее основные свойства.
44. Связь между эйлеровыми интегралами.
45. Ортонормированные системы. Наилучшее приближение элемента е евклидова пространства. Тождество Бесселя и неравенство Бесселя.
46. Тригонометрические ряды Фурье. Тригонометрическая система в комплексной форме.
47. Интегральное представление частных сумм ряда Фурье. Ядро Дирихле и его свойства.
48. Принцип локализации Римана.
49. Признак Дини сходимости тригонометрического ряда Фурье.
50. Простейшие условия равномерной сходимости рядов Фурье. Теорема о почленном дифференцирование рядов Фурье.
51. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля.
52. Теорема Фейера и ее следствия.
53. Интеграл Фурье.
54. Преобразование Фурье и его свойства.
55. Пример применения преобразования Фурье.

- для экзамена

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ **результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)**				
Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	2	3	4	5
Знания *(виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и*	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания

т.п.)				
Умения *(виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)*	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) *(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)*	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

- для зачета

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка / РО и соответствующие виды оценочных средств	Не зачтено	Зачтено		
Знания *(виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)*	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения *(виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)*	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) *(виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)*	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

8. Ресурсное обеспечение:

- **Перечень основной и дополнительной литературы** (учебники и учебно-методические пособия),
- **а) основная литература**

- 1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Начальный курс/ - М.: Изд-во МГУ, 1985.
- 2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Продолжение курса/ - М.: Изд-во МГУ, 1987.
- 3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч. I, М.: Наука, 1998.
- 4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч. II, М.: Наука, 1998.
- 5. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу. М.: Наука, 1999.
-

- **б) дополнительная литература**

- 1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: Учеб. Для студентов университетов и вузов. В 3 т. – М.: Высш. Школа., 1988.
- 2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. – М.: Наука, 1966.
- 3. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1966.

- 4. Задачи и упражнения по математическому анализу/ И.А.Виноградова, С.Н. Олехник, В.А.Садовничий. – М.: Изд-во МГУ, 1988.
- 5. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий. В.А. В.А.Математический анализ в задачах и упражнениях: Учеб. Пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1991.
-

- **Перечень лицензионного программного обеспечения** (при необходимости);
- **Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем**;
- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»** (при необходимости).
- **Описание материально-технического обеспечения.**

9. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в общей характеристике ОПОП.

10. Язык преподавания- русский

11. Преподаватели: Ежов В.В., Лактионова Н.В.

12. Авторы программы: Будак А.Б., Руновский К.В., Санников В.Ф.,