


Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
филиал МГУ в г. Севастополе  
факультет компьютерной математики  
кафедра прикладной математики

**УТВЕРЖДЕНО**  
на 20 22 - 20 23 учебный год  
Методическим советом Филиала  
Протокол № 8 от «28» 06 2022 г.  
Заместитель директора по учебной работе  
  
Заведующий кафедрой

**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор  
Филиала МГУ в г. Севастополе  
  
О.А. Шпырко  
«15» июня 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Наименование дисциплины (модуля):

*ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ*

код и наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:

*бакалавриат*

Направление подготовки:

*03.03.02 "Физика"*

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП:

*общий*

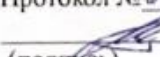
(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения

*очная*

Рабочая программа рассмотрена  
на заседании кафедры прикладной  
математики  
протокол № 3 от «28» апреля 2020 г.  
Заведующий кафедрой прикладной  
математики

 (С. И. Гуров)  
(подпись)

Рабочая программа одобрена  
Методическим советом  
Филиала МГУ в г. Севастополе  
Протокол № 6 от «12» июня 2020 г.  
 (А.В. Мартынкин)  
(подпись)

Севастополь, 2020

- Образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова для реализуемых образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Государственное и муниципальное управление», уровни высшего образования: бакалавриат с присвоением квалификации (степени) «бакалавр», магистратура с присвоением квалификации (степени) «магистр», Утвержденного приказом по МГУ от 22 июля 2011 года № 729 (в редакции приказов по МГУ от 22 ноября 2011 года № 1066, от 21 декабря 2011 года № 1228, от 30 декабря 2011 года № 1289, от 27 мая 2015 года № 501)

- Положения о рабочей учебной программе дисциплины высшего образования (квалификаций «бакалавр» и «магистр»), утвержденного Методическим советом Филиала МГУ в г. Севастополе (протокол № 4 от 2 марта 2012 г.)

- Положения о порядке разработки и утверждения образовательных программ высшего образования, утвержденного Ученым советом Филиала МГУ в г. Севастополе (протокол № 1-15 от 2 марта 2015 г.)

- Типовой программы дисциплины «Обыкновенные дифференциальные уравнения», разработанной Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова.

Рабочая программа разработана

профессором кафедры прикладной математики, доктором физ.-мат. наук Г.С.Осипенко в 2015 г.

*курс – II*

*семестр – 3*

*зачетных единиц – 4 кредитов*

*академических часов – 144, в т.ч.:*

*лекций – 36 часа*

*практических занятий – 36 часа*

*самостоятельной работы – 76 ч.*

*Формы промежуточной аттестации контрольные работы*

*Форма итоговой аттестации: экзамен в 3 семестре.*

## 1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

На втором курсе студенты изучают курс «Обыкновенные дифференциальные уравнения», предусмотренный программой МГУ им. М.В. Ломоносова. Ввиду того, что дифференциальные уравнения встречаются в физике (в механике, радиофизике, теории колебаний, квантовой физике, в физике моря), в экономике, в экологии важность этого курса не вызывает сомнений. Поэтому курс дифференциальных уравнений строится таким образом, чтобы показать связь этих уравнений с физикой явлений. Не случайно, поэтому, первая лекция посвящена физическим задачам, приводящим к дифференциальным уравнениям. Большое внимание уделяется практике решения дифференциальных уравнений.

*Предмет дисциплины* – обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений, уравнения в частных производных первого порядка, теория устойчивости решений систем, краевые задачи и вариационное исчисление.

*Цель освоения дисциплины* «Дифференциальные уравнения» является:

ознакомление с основными понятиями теории дифференциальных уравнений, методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Изучение теории устойчивости нелинейных динамических систем, краевых задач и методов их решения, а также квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка. Ознакомление с постановкой и методами решения задач вариационного исчисления.

*Основные задачи дисциплины:*

- дать фундаментальную подготовку в решении дифференциальных уравнений, умении применять их в решении прикладных задач;
- научить исследовать устойчивость динамических систем, ставить и решать краевые задачи;
- научить применению полученных теоретических знаний по дифференциальным уравнениям к задачам математического моделирования.

## 2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в базовую часть профессионального цикла ОС МГУ по направлению подготовки 011200.62 «Физика» (бакалавр). Логически и содержательно-методически данная дисциплина связана с базовыми курсами: «Математический анализ», «Линейная алгебра» и «Аналитическая геометрия», «Численные методы». Естественным продолжением курса «Дифференциальные уравнения» является курс «Методы математической физики», который читается в 5 семестре.

Для успешного освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» студент должен обладать основами знаний по математическому анализу, линейной алгебре, в частности уметь находить собственные значения и собственные векторы матрицы, владеть приёмами интегрирования и т.д.

## 3 ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способность создавать математические модели профессиональных типовых задач и интерпретировать полученные математические результаты, владение знаниями об ограничениях и границах применимости моделей, способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания в области физики (ОНК-5);
- владение фундаментальными разделами математики и информатики, необходимыми для решения задач в профессиональной области (ОНК-6);
- способность использовать современную вычислительную технику и специализированное программное обеспечение в научно-исследовательской работе (ИК-3);

- способность к творчеству, порождению инновационных идей, выдвижение самостоятельных гипотез (СК- 1);
- владеть современными профессиональными знаниями в области физики, математики, современных информационных технологий, компьютерных сетей, программных продуктов и ресурсов интернета и использования их для решения задач профессиональной деятельности (ПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:*

- классификацию дифференциальных уравнений, интегрируемых в квадратурах;
- методы понижения порядка уравнения;
- линейное дифференциальное уравнение, определитель Вронского, фундаментальную систему решений;
- основные понятия теории устойчивости;
- классификацию точек покоя на фазовой плоскости;
- краевую задачу Штурма – Лиувилля, теорему Стеклова;

*Уметь:*

- решать дифференциальные уравнения первого порядка, интегрируемы в квадратурах;
- находить общие, частные и особые решения;
- строить фундаментальную систему решений линейного дифференциального уравнения и линейной системы;
- применять на практике методы нахождения фундаментальной системы решений в резонансном случае;
- строить фазовый портрет системы второго порядка, находить и классифицировать особые точки, анализировать систему на устойчивость по Ляпунову;
- решать краевые задачи второго порядка, строить функцию Грина;

*Владеть:*

- методами решения линейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений;
- способностью применять на практике базовые положения теории краевых задач и вариационного исчисления;
- навыками решения линейных дифференциальных уравнений, которые часто встречаются на практике.

#### 4 СТРУКТУРА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

*Общая трудоемкость дисциплины составляет*

*зачетных единиц – 4 кредитов*

*академических часов – 144, в т.ч.:*

*лекций – 36 часа*

*практических занятий – 36 часа*

#### ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название темы	Количество часов			Формы текущего контроля успеваемости (по темам) / Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
		Л	С	СРС	
	Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	7	7	19	Контрольная работа
	Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого	8	8	11	Опрос у доски

Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	6	6	15	Контрольная работа
Раздел 4. Теория устойчивости	6	6	15	Консультации
Раздел 5. Нелинейные системы. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка	4	4	8	Опрос у доски
Раздел 6. Краевые задачи	5	5	8	Опрос у доски
<b>Итого</b>	36	36	76	
<b>ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ</b>				экзамен – 36ч

где: Л – лекции, С – семинарские занятия, СРС – самостоятельная работа студентов.

#### 4.1 СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ

##### ПЛАНЫ ЛЕКЦИЙ

№ лекции	Тема лекции	Часы
	<b>Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка</b>	<b>8</b>
Лекция 1.	Понятие дифференциальных уравнений. Физические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Уравнение колебаний. Уравнение радиоактивного распада. Задачи Коши с начальными данными и краевые задачи.	2
Лекция 2.	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Непрерывная зависимость от параметра и начальных условий..	2
Лекция 3.	Принцип сжимающих отображений и доказательство с помощью его теоремы существования и единственности для дифференциального уравнения первого порядка и для систем.	1
Лекция 4.	Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратах. Общее, частное, особое решение. Метод разделения переменных. Однородное, линейное, уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	1
Лекция 5.	Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения. Особые решения	2
	<b>Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого</b>	<b>8</b>
Лекция 6.	Дифференциальные уравнения n-го порядка. Методы понижения порядка уравнения. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского.	2
Лекция 7.	Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения. Метод неопределённых коэффициентов решения неоднородного уравнения	2

	с постоянными коэффициентами.. Примеры.	
Лекция 8.	Задача Коши для линейного уравнения. Функция Коши. Представление решения с помощью функции Коши.	2
Лекция 9.	Уравнение Эйлера. Сведение к уравнению с постоянными коэффициентами. Применение формулы Лиувилля – Остроградского к решению линейных уравнений. Примеры.	2
	<b>Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений</b>	<b>6</b>
Лекция 10.	Линейные однородные системы. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение линейной системы.	2
Лекция 11.	Нахождение фундаментальной системы решений для линейной системы с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай некратных корней характеристического уравнения. Примеры.	1
Лекция 12.	Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения.	1
Лекция 13.	Общее решение неоднородной системы. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения.	1
Лекция 14.	Фундаментальная матрица системы. Метод вариации постоянных при решении неоднородной систем. Примеры	1
	<b>Раздел 4. Теория устойчивости</b>	<b>6</b>
Лекция 15.	Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы. Точки покоя. Устойчивость по первому приближению. (первый метод Ляпунова). Примеры	2
Лекция 16	Исследование траекторий в окрестности точки покоя. Классификация точек покоя. Фазовая плоскость. Фазовый портрет системы. Примеры.	2
Лекция 17	Исследование устойчивости квазилинейных систем. Второй метод Ляпунова. Функция Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости.	2
	<b>Раздел 5. Нелинейные системы. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка</b>	<b>4</b>
Лекция 18	Нелинейные системы. Первые интегралы автономной системы.	2
Лекция 19	Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Характеристики. Общее решение. Задача Коши.	2
	<b>Раздел 6. Краевые задачи</b>	<b>6</b>
Лекция 20	Постановка краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Существование и единственность решения краевой задачи. Формула Грина. Построение решения краевой задачи с помощью функции Грина. Примеры.	2
Лекция 21	Теорема о разрешимости неоднородной краевой задачи. Примеры. Обобщенная функция Грина и представление решения краевой задачи с ее помощью.	2

Лекция 22	Задача Штурма-Лиувилля. Полнота системы собственных функций. Примеры нахождения собственных функций и собственных значений. Теорема Стеклова.	2
<b>Итого за семестр</b>		<b>36</b>

### Б. План семинарских занятий.

№ занятия	Тема занятия	Часы
	<b>Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка</b>	<b>7</b>
Занятие 1.	Метод изоклин решения дифференциальных уравнений. № 1-5*. Метод разделения переменных при решении дифференциальных уравнений первого порядка, разрешённых относительно производной. Общее, частное и особое решение. № 51-60, 88,89,91,92,100 – задачник Филиппова А.Ф. [4].	1
Занятие 2.	Однородные дифференциальные уравнения и уравнения к ним сводящиеся. Обобщённо-однородные уравнения. №101-106, 113-120, 124-129	2
Занятие 3.	Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. № 136-140, 146-148, 150,151-152, 167-170	1
Занятие 4.	Уравнение в полных дифференциалах. Общий интеграл уравнения первого порядка. Интегрирующий множитель. № 186-188, 195-200, 211-215.	1
Занятие 5.	Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешённые относительно производной. Уравнения Лагранжа, уравнение Клеро. Особые решения. № 241-245, 251-255, 267, 271-274, 283, 287-293, 296 Контрольная работа №1 по теме занятий 1-5.	2
	<b>Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого</b>	<b>8</b>
Занятие 6	Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Методы понижения порядка уравнения. № 421-425, 434-437, 447, 455-458, 460-466, 475-480.	1
Занятие 7	Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Метод Эйлера решения однородного уравнения с постоянными коэффициентами № 511-520.	2
Занятие 8	Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения. Метод неопределённых коэффициентов решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. № 533-539, 544-547, 575-579.	2
Занятие 9	Задача Коши для линейного уравнения. Функция Коши. № 582- 585	1
Занятие 10	Уравнение Эйлера. Сведение к уравнению с постоянными коэффициентами.	2

	ными коэффициентами. Применение формулы Лиувилля – Остроградского к решению линейного уравнения второго порядка с переменными коэффициентами № 589- 595, 681 - 684	
	<b>Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений</b>	<b>7</b>
Занятие 11	Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае некратных корней характеристического уравнения. № 786-791, 796-802	2
Занятие 12	.Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения. № 792, 804-808	2
Занятие 13	Общее решение неоднородной системы. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения. № 826-833	1
Занятие 14	Фундаментальная матрица системы. Метод вариации постоянных при нахождении частного решения неоднородной системы № 846-848. Контрольная работа №2 по теме занятий 7-15.	2
	<b>Раздел 4. Теория устойчивости</b>	<b>6</b>
Занятие 15	Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы. Устойчивость по первому приближению (первый метод Ляпунова). № 899-904, 915-919	2
Занятие 16	Исследование траекторий в окрестности точки покоя. Фазовая плоскость. Фазовый портрет системы. № 1021-1026, 1001, 1002	2
Занятие 17	Исследование устойчивости квазилинейных систем. Второй метод Ляпунова. Функция Ляпунова. № 923 – 927.	2
	<b>Раздел 5. Нелинейные системы. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка</b>	<b>4</b>
Занятие 18	Нелинейные системы. Первые интегралы автономной системы. № 1141-1144, № 1146-1150	2
Занятие 19	Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши. № 1167-1170, 1174, 1186, 1187, 1189, 1207	2
	<b>Раздел 6. Краевые задачи</b>	<b>6</b>
Занятие 20	Постановка краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Построение решения краевой задачи с помощью функции Грина. № 751-754, 760-761.	2
Занятие 21	Обобщенная функция Грина и представление решения краевой задачи с ее помощью. № 755	2
Занятие 22	Задача Штурма-Лиувилля. Собственные функции, собственные значения. № 782-783	2
	<b>Итого за семестр</b>	<b>36</b>



- номера задач для семинарских занятий и самостоятельной работы указаны из задачника Филлипова А.Ф. [4]

## 5 РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

*Работа в аудитории:* лекции, консультации, в том числе, консультации для групп и индивидуальные консультации, семинарские занятия, контрольные работы.

*Внеаудиторная работа:* самостоятельная работа студентов.

## 6 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

*Виды самостоятельной работы обучающегося:*

- выполнение заданий самостоятельной работы согласно плану самостоятельной работы;

- научно-исследовательская работа учащегося в библиотеках;

- подготовка к экзамену.

*В конспекте* каждый студент помимо сведений и материалов, даваемых преподавателем, отражает результат самостоятельного изучения основной и дополнительной литературы и открытых информационных ресурсов по сети Интернет по темам курса.

## 7 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

*На лекциях* – консультации, устный опрос, оценка конспекта.

*В конспекте* каждый студент помимо материалов лекций отражает результат самостоятельного изучения литературы.

*На практических (семинарских) занятиях* после изучения типовых задач по темам курса проводится контрольная работа по индивидуальным практическим заданиям. Данные по всем заданиям сохраняются в профиле студента до итогового экзамена.

*Система итогового контроля знаний:*

Форма итогового контроля – устный экзамен (3 семестр).

*Оценочные средства итогового контроля знаний:*

По результатам экзамена учащийся получает оценку «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». На экзамене дается 2 теоретических вопроса и 2 задачи. Оценка «отлично» ставится, если даны полные верные ответы на теоретические вопросы и решены 2 задачи. Оценка «хорошо» ставится, если 2 задачи, а в ответах на теоретические вопросы допущены неточности. Оценка «удовлетворительно» ставится, если выполнена половина задания. Если ни одна из задач не решена, выставляется оценка «неудовлетворительно».

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### а) основная литература

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1980. -230 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: «Наука», 1965. -279 с.
3. Дмитриев В.И. Дифференциальные уравнения и вариационное / Учебное пособие. - М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, 2000. - 95 с.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Интеграл-Пресс, 1998. – 208 с.

**б) дополнительная литература**

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1974. - 210 с.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: «Наука», 1970. - 190 с.

**9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

- библиотека Филиала МГУ в г. Севастополе;
- лекционные аудитории, снабжённые мультимедийными средствами для демонстрации презентаций;
- компьютерные классы с доступом к Интернет-ресурсам (вкл. ресурсы МГУ) с любого компьютера. Каждому студенту в компьютерном классе должен определяться индивидуальный профиль, дающий возможность сохранять выполненные задания на практических (семинарское) занятиях (в часы самостоятельной работы) до экзамена.