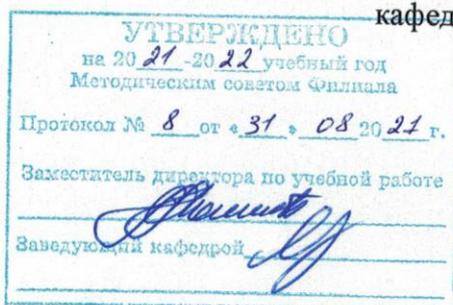


Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
филиал МГУ в г. Севастополе
факультет компьютерной математики
кафедра программирования



УТВЕРЖДАЮ

Директор

Филиала МГУ в г. Севастополе

О.А. Шпырко

«15» июня 20 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля):

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ВАРИАЦИОННЫЕ ИСЧИСЛЕНИЯ

код и наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:

специалитет

Направление подготовки:

03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП:

общий

(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения

очная

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры программирования протокол № 3 от «28» апреля 2020 г. Руководитель ОП 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»


(подпись) (Н. В. Лактионова)

Рабочая программа одобрена Методическим советом Филиала МГУ в г. Севастополе Протокол № 6 от «10» июня 2020 г.


(подпись) (А.В. Мартынкин)

Рабочая программа составлена на основе:

- Образовательного стандарта В В ы б а ш е т л а с о р б и р а
направлению 03.02 Ф и з и к о м а т е р и а л н ы е н а у к и р о ж д ё н н о г о п р и к а з о м М
№9 от 10 января 2018 г.

- Образовательного стандарта в л и с а м о м о г о у т М о с
верситетом имени М. В. Ломоносова для реали
го профессионального образования Ф и з и к а о у т н в а е п р р ж а д в е л
приказом по МГУ от 22 июля 2011 про МГУ № 0 7 2 9 2
2011 года № 1066, от 21 декабря 2011 года М

- Положения о разработке рабочих программ
лиала МГУ в г. Севастополе (протокол № 3 от

- Типовой методической программы «Инженерные уравнения
численные уравнения» разработаны в МГУ имени М. В. Ломоносова.

Рабочая программа разработана
доктором-магистром юридических наук, доцентом Руно
вичем в 2018 г.

курс – 2

семестры – 4

зачетных единиц – 3

академических часов – 51, в т.ч.:

лекций – 34

семинаров – 17

Формы промежуточной аттестации: н е т

Форма итоговой аттестации: з а ч е т ъ к з а м е н в 4 с е м е с т р е

1. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели — укрепление и доказательство основных утверждений из теории интегральных уравнений в данном курсе изучаются основные виды интегрального уравнения, возникающие задачи. В рассматриваемом курсе изложены основные методы, играющие важную роль в решении конкретных физических задач.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Интегральные уравнения являются важным инструментом в профессиональной деятельности инженера-физика. В Московском государственном университете имени Ломоносова образовательный процесс направлен на подготовку специалистов в области физики и математики. Дисциплина «Интегральные уравнения» является вспомогательной для формирования практических навыков в решении задач физики и математики. Студентам необходимо использовать знания, полученные в предыдущих семестрах, а также курс линейной алгебры.

3. Требования к результатам обучения по дисциплине.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование профессиональных и общекультурных компетенций.

Общекультурные компетенции:

- способность к самоорганизации и самообразованию
- демонстрация общенаучных базовых знаний естественных наук, понимание основных фактов, концепций, методов научного исследования (ОК-1)
- способность использовать в научной и познавательной сфере профессиональные навыки работы с информацией (ОК-4)
- умение приобретать новые знания, навыки образовательные и информационные технологии (ОК-6)

Общепрофессиональные компетенции:

- способность решать стандартные задачи профессиональной и библиографической информации и коммуникационных технологий и с учетом особенностей (ОПК-1)
- способность использовать основные законы естественной деятельности, а также методы математического и экспериментального исследования (ОПК-2)
- способность использовать основные законы естественного мира и явления природы (ОПК-3)

Профессиональные компетенции:

- способность собирать, обрабатывать и интерпретировать результаты исследований, необходимые для формирования профессиональным, социальным и этическим требованиям;

- способность понимать сложившиеся в прикладной временной математический аппарат (ПК);

- способность осуществлять целенаправленный поиск и технологических достижениях в области Информационных технологий;

- способность составлять и контролировать плановые ресурсы, необходимые для выполнения работы, оценивать их эффективность (ПК2);

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Знать: основные определения, основные принципы интегральных уравнений и вариационного исчисления.

Уметь: решать конкретные интегральные уравнения функций, операторов,

Владеть: профессиональными методами касательно основных принципов и методов теории интегральных уравнений, уметь анализировать и излагать базовую информацию.

4. Структура учебной дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет:

зачетных единиц - 3

академических часов 51

лекций - 34

семинарских занятий -17

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п /	Название темы	Количество			Формы текущего контроля
		Л	С(П,	СРС	
1.	Введение	2	---	2	опрос
2.	Основы теорий нормированных пространств операторов	4	3	5	опрос
3.	Собственные значения функции операторов Шмидта.	8	3	8	опрос
4.	Решение неоднородных уравнений Фредгольма. Принципы отображений.	6	4	5	опрос
5.	Уравнение Вольтерра	4	3	6	опрос

6	Вариационный метод. Задача с закрепленными концами. Задача с подвижной границей	6	2	10	тест
7.	Уравнение Эйлера. Численное решение	4	2	5	
8	Система уравнений перед экзаменом		---	16	самостоятельная работа
Всего:		34	17	57	
9					Экзамены

где: – Семинарские занятия, с которыми проводятся занятия за СРС самостоятельная работа студентов.

4.1. Содержание разделов дисциплины

А. План лекций

№ п/п	Номер занятия	Наименование темы и содержание лекции	Кол. часов
1	1-1	Введение	2
2	2-1	Метрические и нормированные пространства	2
3	2-2	Гильбертовы пространства	2
4	3-1	Элементы теории линейных операторов	2
5	3-2	Собственные значения и собственные функции самосопряженного оператора	2
6	3-3	Характеристические числа и собственные значения оператора Фредгольма	2
7	3-4	Теорема Гильберта	2
8	4-1	Принцип сжимающих отображений Фредгольма с малым параметром	2
9	4-2	Уравнение Фредгольма с произвольными ядрами. Теоремы Фредгольма	2
10	4-3	Интегральное уравнение Фредгольма корректно поставленной задачи	2
11	5-1	Задача Штурма	2
12	5-2	Линейное уравнение Вольтерра	2
13	6-1	Функционал. Вариация функционала. Задача закрепленными концами	2
14	6-2	Задачи на условный экстремум	2
15	6-3	Задачи с подвижной границей	2
16	7-1	Уравнение Эйлера. Специальные случаи	2
17	7-2	Достаточные условия экстремума	2

Б. План семинарских (практических или лабораторных) занятий

№ п/п	Номер и вид занятия	Наименование темы и содержание	Кол. часов
1	2-1	Метрические пространства	2
2	2-1, 3-1	Собственные значения и операторов	2
3	3-2	Собственные значения симметрических операторов	2
4	4-1	Решение уравнения Фредгольма 1-го рода	2
5	4-2	Решение уравнения Фредгольма 2-го рода	2
6	5-1	Решение уравнения Штурма-Лиувилля в области терри водянских физических задач	3
7	6-1	Решение классических задач	2
8	7-1	Составление и решение уравнений	2

5. Рекомендуемые образовательные технологии.

В процессе преподавания используются следующие методы:

- лекции;
- семинары;
- домашние задания;
- контрольные работы;
- коллоквиум;
- консультации преподавателей;
- самостоятельная работа студентов (изучение практическим занятиям, выполнении рефератов, аттестации).

Чтение учебной дисциплины проводится традиционными методами. При работе используется диалоговая форма в проблемных задачах, обсуждением дискуссионных вопросов.

При проведении занятий создаются условия для максимального выполнения заданий. Поэтому при проведении преподаватель рекомендуется:

1. Провести контрольные работы (сущностно или в тестовой форме) необходимо для выполнения работы (с оценкой).
2. Проверить правильность выполнения заданий (с оценкой).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Любой практическое занятие включает чтение материала и изучение методики решения типичные элементы научных исследований, которые могут проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы студентам рекомендуется использовать следующие решения студентами самостоятельных задач для закрепления знаний и умений;

- выполнение индивидуальных заданий и участие в работе студенческих научных обществ и инициатив.

Студентам предоставляется возможность для самостоятельного использования электронного варианта конспекта лекций в соответствии с требованиями.

Варианты заданий для самостоятельной работы

№ п /	Задание	Час
1.	Неравенство Коши	2
2.	Эквивалентность непрерывности функции оператора	4
3.	Собственные значения и функции	4
4.	Ортонормированных векторов, собственных значениям	3
5.	Теорема о конечности различных собственного сопряженного оператора	5
6.	Свойства оператора Гильберта	4
7.	Формулы решения интегрального уравнения Вольтерра	5
8.	Принцип сжимающих отображений	5
9.	Положительных собственных значений	5
10.	Теорема об условиях экстремума задачи с закрепленными концами	4
17.	Подготовка к экзамену	16

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу на семинарах: выборочная проверка выполнения заданий программы семинара.

Перечень вопросов к экзамену

1. Физические задачи, и уравнения
2. Типы интегральных уравнений.
3. Метрические нормы в банаховых пространствах
4. Линейные операторы. Непрерывность, ограниченность)
5. Вполне непрерывный оператор Фредгольма

6. Существование максимума функции на отрезке
7. Существование собственного вектора самосопряженного оператора, соответствующего собственному значению
8. Существование ненулевого оператора
9. Неравенство Коши
10. Построение последовательности собственных значений самосопряженного оператора
11. Теоремы об ортогональности собственных векторов
12. Теорема о структуре самосопряженного оператора
13. Отыскание собственных значений оператора Фредгольма
14. О вещественности собственных значений оператора в пространстве
15. Теорема о сходимости ряда Фредгольма
16. Теорема о числе собственных значений Фредгольма
17. Лемма о разложении
18. Начальная задача для дифференциального уравнения (Малые поперечные колебания струны)
19. Задача Штурма
20. Теорема Стеклова
21. Необходимые условия экстремума функционала
22. Необходимые условия экстремума для закрепленными концами
23. Основное уравнение вариационного исчисления
24. Необходимое условие экстремума для задачи с подвижными концами
25. Необходимое условие экстремума для задачи с подвижными концами
26. Необходимые условия экстремума для задачи с подвижными концами
27. Достаточные условия экстремума для задачи с подвижными концами
28. Интегральное уравнение Фредгольма
29. Метод регуляризации А.Н. Тихонова

Варианты задач

1. Показать, что функция $y = \frac{1}{(1+x^2)^2}$ является решением интегрального уравнения $y(x) = \frac{1}{1+x^2} - \int_0^x \frac{t}{1+x^2} \varphi(t) dx$.
2. Решить уравнение с переменными пределами интегрирования $\int_0^x x \cdot t \cdot \varphi(x) dx$.
3. С помощью резольвента $y = e^{x^2} \int_0^x e^{-x^2} \varphi(x) dx$ решить уравнение $y'(x) = \dots$.
4. Найти экстремум $J[y] = \int_a^b (y'(x))^2 dx$; $y(a) = 1$, $y(b) = 0$.

5. Показать, что $\varphi(x) = \frac{X}{(1+X^2)^{3/2}}$ является точным решением интегрального уравнения

$$\varphi(x) = \frac{3X + 2X^3}{3(1+X^2)^2} - \int_0^x \frac{3X + 2X^3 - X}{(1+X^2)^2} \cdot \varphi(x) dx.$$

6. Решить уравнение с помощью сведения его к дифференциальному уравнению

7. С помощью резольвента $\varphi(x) = \sin x - 2 \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt$ уравнение $\varphi(x) = \sin x - 2 \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt$.

8. С помощью резольвента $\varphi(x) = \sin x - 2 \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt$.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

Основная литература:

1. Васильева А. Б., Тихонов А. Н. Интегральные уравнения. Минск: ЯПВНР, 2003.
2. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Минск: УРС, 2000.
3. Владимиров В. С. и др. Сборник задач по уравнениям. Минск: Наука, 1982.
4. М. Л. Краснов; А. Н. Киселев; Г. Н. Макаренко. 1976.

Дополнительная литература:

1. Владимир Урванцев. Введение в математическую физику. Минск: ЯПВНР, 2003.
2. Краснов М. Л. Интегральные уравнения. Введение. Минск: ЯПВНР, 2003.
3. Карташев А. П., Рождественский Б. Л. Обыкновенные и основы вариационного исчисления. Минск: ЯПВНР, 2003.
4. Васильева А. Б., Медведев Г. Н., Тихонов А. Н. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление. Минск: ЯПВНР, 2003.
5. Люстерник Л. А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. Минск: ЯПВНР, 1965.
6. А. Б. Люстерник, ЯПВНР, Кудряшов. Задачи и упражнения по функциональному анализу. Минск: «Вышэйшая школа», 1976.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Специализированные аудитории
Лекции и практические занятия проводятся в аудиториях университета.
Учебно-оборудование – в оборудовании

**ОФОРМЛЕНИЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА
ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ И ИТОВОГОЙ АТТЕСТАЦИИ,
ПРОВОДИМОЙ В ФОРМЕ УСТНОГО ЭКЗАМЕНА**

Ф о р м а т (в з а в и с и м о с т р о с о о т в , к о н т а и л ч и е с и т я в а и л и - 5 0 т с у
и л и - 6 А

ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА ИМОМОИНОМО.ОБ.А в г. СЕВАСТОПОЛЕ

Направление ___ 03.03.02 «Физика» _____
(шифр (шифры) и название (названия) направления (направлений) подготовки)

Учебная дисциплина _____ Интегральные уравнения
Семестр __ 4 _____

Экзаменационный билет № 1

1. Компактность оператора Гильберта-Шмидта
2. Основная лемма вариационного исчисления
3. Решить уравнение сведением ег

нию $x) = \int_0^x x \cdot t \cdot \varphi(x) dx$

Утверждено на заседании кафедры,
протокол № ___ от « ___ » _____ 20__ г.

Зав. кафедрой _____ (Гуров С. И.) _____

Преподаватель _____ (Руновский К. В.) _____

