Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
филиал МГУ в г. Севастополе
факультет компьютерной математики
кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Директор
Филиала МГУ в г. Севастополе
__________ О.А. Шпырко
«15» июня 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Наименование дисциплины (модуля):

КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

код и наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Направление подготовки:

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП:
общий
(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения

очная

Рабочая программа рассмотрена
на заседании кафедры программирования
протокол № 3 от «28» апреля 2020 г.
Заведующий кафедрой прикладной
математики
__________(С. И. Гуров)
(подпись)

Рабочая программа одобрена
Методическим советом
Филиала МГУ в г.Севастополе
Протокол № 6 от «10» июня 2020 г.
__________(А.В. Мартынкин)
(подпись)

Севастополь, 2020

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение 2016,2017 ,2018

курс – _2__

семестры – _4__

зачетных единиц __2_

академических часов _72___, *в т.ч.:*

лекций – _36_ часов

Формы промежуточной аттестации - нет

Форма итоговой аттестации - зачет

1. **Наименование дисциплины, цели и задачи ее освоения**

Комплексный анализ.

Целями и задачами ее освоения учебной дисциплины комплексный анализ являются: повышение уровня фундаментальной подготовки по математике, освоение основных понятий и методов теории функций комплексного переменного, применяющихся при решении фундаментальных и прикладных задач в области математического анализа и функционального анализа, дифференциальных уравнений и уравнений математической физики, физики и техники.

2. Место дисциплины в структуре ОП

«Комплексный анализ» входит в вариативную частьчастью блока общепрофессиональной подготовки ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА, установленного Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова для реализуемых образовательных программ высшего профессионального образования по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика».

«Комплексный анализ» изучается в 4-м семестре. Курс строится на знаниях ранее изученных *дисциплин:* Математический анализ 1-2, Алгебра и геометрия.

«Комплексный анализ» является основой для изучения дисциплин: «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики» и других дисциплин вариативной части профессионального цикла и курсов по выбору, а также для прохождения практики.

3. Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование ряда универсальных компетенций.

Универсальные компетенции:

способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информацмм, применять системный подход для решения поставленной задачи (УК-1);

способность определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений (УК-2).

Общепрофессиональные компетенции:

способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1) ;

способность использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач (ОПК-2);

способность применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3).

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Знать: обязательный минимум содержания основной образовательной программы по «Комплексному анализу»;

Уметь: производить действия над комплексными числами; дифференцировать и интегрировать функции комплексного переменного; находить разложения элементарных функций в ряды Тейлора и Лорана; строить конформные отображения простых областей на стандартные.;

Владеть: техникой использования стандартных методов и моделей комплексного анализа и применения их на практике.

4. Структура учебной дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет:

зачетных единиц __2_
академических часов - 72
лекций _36_
*семинарских занятий*_18_

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название темы	Количество часов			Формы контроля
		Л	С	СРС	
1	2	3	4	5	6
Раздел 1. Комплексные числа. Функции комплексного переменного.					
1	Комплексные числа, операции над ними. Тригонометрическая форма представления комплексных чисел. Функции комплексного переменного. Предел функции, непрерывность.	4		4	домашние задания
2	Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши–Римана. Геометрический смысл производной функции комплексного переменного. Примеры дифференцируемых функций. Интегрирование функций комплексного переменного. Свойства интегралов. Оценки интегралов.	4		4	домашние задания
Раздел 2. Интегральная теорема Коши.					
3	Интегральная теорема Коши и ее обобщения. Неопределенный интеграл от аналитической функции. Теорема о первообразной. Интегральная формула Коши. Существование высших производных аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции. Теоремы Морера и Лиувилля. Основная теорема алгебры.	4		4	домашние задания
Раздел 3. Степенные ряды и ряды Лорана.					
4	Степенные ряды. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций. Теоремы Вейерштрасса. Теоремы Абеля о степенных рядах и их следствия. Аналитичность суммы степенного ряда. Теорема Тейлора. Теорема единственности и ее следствия.	4		4	домашние задания
5	Ряды Лорана и их область сходимости. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка. Полюс. Существенная особая точка. Теорема Сохоцкого. Формулировка теоремы Пикара.	4		4	домашние задания
Раздел 4. Теория вычетов.					
6	Основные теоремы теории вычетов. Вычисление вычетов в полюсах. Вычисление тригонометрических				домашние задания

	интегралов с помощью вычетов. Вычисление интегралов от рациональных функций с помощью вычетов. Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha x} f(x)dx$ с помощью вычетов.	4		4	
7	Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.	2		2	домашние задания
Раздел 5. Конформные отображения.					
8	Дробно-линейные функции: групповое свойство, теорема о трех точках, сохранение симметрии. Примеры типовых дробно-линейных отображений.	3		3	домашние задания
9	Функция Жуковского и обратная к ней функция. Степенная, показательная и логарифмическая функции. Гиперболические и тригонометрические функции.	3		3	домашние задания
Раздел 6. Преобразование Лапласа.					
10	Основные свойства преобразования Лапласа. Определение оригинала по изображению. Операционный метод.	4		4	домашние задания, контрольная работа
	Всего, часов	36		36	
Итоговая аттестация					Зачет

4.1. Содержание разделов дисциплины

План лекций

№	Тема лекции
1.	Комплексные числа, операции над ними. Тригонометрическая форма представления комплексных чисел.
2.	Функции комплексного переменного. Предел функции, непрерывность.
3.	Дифференцируемые функции. Условия Коши–Римана. Геометрический смысл производной. Примеры.
4.	Интегрирование функций комплексного переменного. Свойства интегралов. Оценки интегралов.
5.	Интегральная теорема Коши и ее обобщения. Неопределенный интеграл от аналитической функции. Теорема о первообразной. Интегральная формула Коши.
6.	Существование высших производных аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции. Теоремы Морера и Лиувилля. Основная теорема алгебры.
7.	Степенные ряды. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций. Теоремы Вейерштрасса. Теоремы Абеля о степенных рядах и их следствия
8.	Аналитичность суммы степенного ряда. Теорема Тейлора. Теорема единственности и ее следствия.
9.	Ряды Лорана и их область сходимости. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.
10.	Классификация особых точек. Устранимая. Полюс. Существенная

	особая точка. Теорема Сохоцкого. Формулировка теоремы Пикара.
11.	Основные теоремы теории вычетов. Вычисление вычетов в полюсах. Вычисление тригонометрических интегралов с помощью вычетов.
12.	Вычисление интегралов от рациональных функций с помощью вычетов. Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha x} f(x)dx$ с помощью вычетов.
13.	Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
14.	Конформные отображения. Дробно-линейные функции: групповое свойство, теорема о трех точках, сохранение симметрии.
15.	Примеры типовых дробно-линейных отображений. Функция Жуковского и обратная к ней функция. примеры типовых отображений.
16.	Степенная, показательная и логарифмическая функции. Гиперболические и тригонометрические функции.
17.	Основные свойства преобразования Лапласа. Определение оригинала по изображению
18.	Операционный метод.

5. Рекомендуемые образовательные технологии.

Работа в аудитории: лекции, консультации преподавателей, контрольная работа.
Самостоятельная работа студентов: изучение теоретического материала, подготовка к лекциям, выполнение домашних заданий, подготовка к текущей и промежуточной аттестации. При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Любое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.
При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:
– решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
– выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствие с планом лекций.

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

контрольный опрос по пройденному материалу, выборочная проверка выполнения домашних заданий.

Вопросы к зачету

1. Комплексные числа, операции над ними. Тригонометрическая форма представления комплексных чисел.
2. Функции комплексного переменного. Предел функции, непрерывность. Примеры.
3. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши–Римана.
4. Геометрический смысл производной функции комплексного переменного. Примеры дифференцируемых функций.
5. Интегрирование функций комплексного переменного. Свойства интегралов. Оценки интегралов.
6. Интегральная теорема Коши и ее обобщения.
7. Неопределенный интеграл от аналитической функции. Теорема о первообразной.
8. Интегральная формула Коши. Существование высших производных аналитической функции.
9. Принцип максимума модуля аналитической функции.
10. Теоремы Морера и Лиувилля. Основная теорема алгебры.
11. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций. Теоремы Вейерштрасса.
12. Теоремы Абеля о степенных рядах и их следствия.
13. Аналитичность суммы степенного ряда. Теорема Тейлора.
14. Теорема единственности и ее следствия.
15. Ряды Лорана и их область сходимости. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.
16. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка. Полюс.
17. Существенная особая точка. Теорема Сохоцкого. Формулировка теоремы Пикара.
18. Основные теоремы теории вычетов.
19. Вычисление вычетов в полюсах.
20. Вычисление тригонометрических интегралов с помощью вычетов.
21. Вычисление интегралов от рациональных функций с помощью вычетов.
22. Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha x} f(x)dx$ с помощью вычетов.
23. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
24. Дробно-линейные функции: круговое свойство; задание трех точек.
25. Дробно-линейные функции: сохранение симметрии. Примеры типовых дробно-линейных отображений.
26. Функция Жуковского и обратная к ней функция. Примеры типовых отображений.
27. Степенная, показательная и логарифмическая функции.
28. Гиперболические и тригонометрические функции.

Примерное задание зачета.

1. Геометрический смысл производной функции комплексного переменного. Примеры дифференцируемых функций.
2. Разложить в ряд Лорана функцию по степеням ($z - a$) функцию $f(z) = \dfrac{e^z}{z(1-z)}$

в кольце ($a = 0$, $|z| > 1$).

3. Вычислить интеграл $\int\limits_0^\infty \frac{\cos ax}{\left(x^2+b^2\right)^2}dx$ ($a>0$, $b>0$). Обосновать применимость метода.
4. Отобразить конформно на $\{\operatorname{Im} w>0\}$ полуполосу $\{0<x<\pi, 0<y<\infty\}$.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. теория функций комплексного переменного. М.: Наука, 1979.
2. Леонтьева Т.А., Панферов В.С., Серов В.С. Задачи по теории функций комплексного переменного. М.: М.: Изд-во МГУ, 1992.

б) дополнительная литература

1. Лаврентьев М.А., Шабат В.В. Методы теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1987.
2. Шабат В.В.Введение в комплексный анализ. Ч. 1, 2. М., Наука, 1976.
3. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М., Наука, 1977.
4. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, 1984.
5. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. М.: Наука, 1978.
6. Шабунин М.И., Сидоров Ю.В. Теория функций комплексного переменного. Изд-во ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2002.
7. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1976.
8. Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функции комплексного переменного. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
9. Евграфов М.А. и др. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1975.
10. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1975.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Специализированные аудитории – нет.
Лекции и практические занятия проводятся в стандартно оборудованных учебных аудиториях университета.
Учебно-лабораторное оборудование – нет.

Приложение

Пример экзаменационного билета

ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
имени М.В.ЛОМОНОСОВА в г. СЕВАСТОПОЛЕ

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Учебная дисциплина Комплексный анализ
Семестр 4

Э к з а м е н а ц и о н н ы й б и л е т № 1

1. Геометрический смысл производной функции комплексного переменного. Примеры дифференцируемых функций.
2. Разложить в ряд Лорана функцию по степеням ($z-a$) функцию $f(z)=\dfrac{e^z}{z(1-z)}$

в кольце ($a = 0$, $|z| > 1$).

Утверждено на заседании кафедры прикладной математики
Протокол № ___ от «____» ___________ 2019 г.

Зав. кафедрой _________________ С. И. Гуров
Преподаватель ________________ В. Ф. Санников