

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
филиал МГУ в г. Севастополе
факультет компьютерной математики
кафедра прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ

Директор
Филиала МГУ в г. Севастополе
О.А. Шпырко
«15» июня 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Наименование дисциплины (модуля):

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

код и наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Направление подготовки:

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП:
общий

(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения

очная

Рабочая программа рассмотрена
на заседании кафедры программирования
протокол № 3 от «28» апреля 2020 г.
Заведующий кафедрой прикладной
математики

С. И. Гуров
(подпись)

Рабочая программа одобрена
Методическим советом
Филиала МГУ в г. Севастополе
Протокол № 6 от «10» июня 2020 г.
(А.В. Мартынкин)

(подпись)

Севастополь, 2020

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение 2016,2017 ,2018

курс – 2

семестры – 3, 4

зачетных единиц 7

академических часов 252, в т.ч.:

лекций – 72 ч

практических (семинарских) занятий – 72 ч

Формы промежуточной аттестации – зачёт в 3 семестре

Форма итоговой аттестации – экзамен в 4 семестре.

1. Цель и задачи освоения дисциплины.

На втором курсе студенты по направлению «Прикладная математика и информатика» изучают курс «Обыкновенные дифференциальные уравнения», предусмотренный программой факультета Вычислительной Математики и Кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова. Ввиду того, что дифференциальные уравнения встречаются в физике (в механике, радиофизике, теории колебаний, квантовой физике, в физике моря), в экономике, в экологии важность этого курса не вызывает сомнений. Математики - прикладники, в силу специфики своей специальности, должны уметь смоделировать явление с помощью дифференциальных уравнений и решить это уравнение. Поэтому курс дифференциальных уравнений строится таким образом, чтобы показать связь этих уравнений с физикой явлений. Не случайно, поэтому, первая лекция посвящена физическим задачам, приводящим к дифференциальным уравнениям. Большое внимание уделяется практике решения дифференциальных уравнений.

Предмет дисциплины – обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений, уравнения в частных производных первого порядка, теория устойчивости решений систем, краевые задачи и вариационное исчисление.

Целью освоения дисциплины «Обыкновенные дифференциальные уравнения» является:

- ознакомление с основными понятиями теории дифференциальных уравнений, методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Изучение теории устойчивости нелинейных динамических систем, краевых задач и методов их решения, а также квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка. Ознакомление с постановкой и методами решения задач вариационного исчисления.

Основные задачи дисциплины:

- дать фундаментальную подготовку в решении дифференциальных уравнений, умении применять их в решении прикладных задач;
- научить исследовать устойчивость динамических систем, ставить и решать краевые задачи, освоить методы вариационного исчисления, видеть применение методов вариационного исчисления в практических задачах;
- научить применению полученных теоретических знаний по дифференциальным уравнениям к задачам математического моделирования.

Содержание курса излагается по разделам, соответствующим курсу «Обыкновенные дифференциальные уравнения» факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова.

В третьем семестре идёт ознакомление с типами дифференциальных уравнений первого порядка, с их классификацией и методами решения. Рассматриваются уравнения порядка выше первого и методы понижения порядка уравнения. Затем рассматривается линейное уравнение и линейные системы. Далее формулируются основные понятия теории устойчивости по Ляпунову и рассматриваются первый и второй методы Ляпунова. Анализируется поведение динамической системы второго порядка на фазовой плоскости.

В четвёртом семестре решаются нелинейные системы и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Дается понятие о краевых задачах, функции Грина, представлении решения краевой задачи с помощью функции Грина. Решается задача Штурма - Лиувилля на отрезке. Доказывается теорема Стеклова. Затем излагаются основные элементы вариационного исчисления, выводится необходимое условие экстремума функционала как в одномерном, так и в многомерном случаях. Решаются задачи на уловный экстремум функционала.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Обыкновенные дифференциальные уравнения» входит в базовую часть профессионального цикла ОС МГУ по направлению подготовки 010400.62 «При-

кладная математика и информатика» (бакалавр)». Логически и содержательно-методически данная дисциплина связана с базовыми курсами: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Введение в численные методы», «Классическая механика», «Электромагнетизм». Естественным продолжением курса «Обыкновенные дифференциальные уравнения» является курс «Уравнения математической физики», который читается в 5 семестре.

Для успешного освоения дисциплины «Обыкновенные дифференциальные уравнения» студент должен обладать основами знаний по математическому анализу, линейной алгебре, в частности уметь находить собственные значения и собственные векторы матрицы, владеть приёмами интегрирования и т.д.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способность создавать математические модели профессиональных типовых задач и интерпретировать полученные математические результаты, владение знаниями об ограничениях и границах применимости моделей, способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания в области физики(ОНК-5);
- владение фундаментальными разделами математики и информатики, необходимыми для решения задач в профессиональной области (ОНК-6);
- способность использовать современную вычислительную технику и специализированное программное обеспечение в научно-исследовательской работе (ИК-3);
- способность к творчеству, порождению инновационных идей, выдвижение самостоятельных гипотез (СК- 1);
- способность понимать и принимать в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат (ПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- классификацию дифференциальных уравнений, интегрируемых в квадратурах;
- методы понижения порядка уравнения;
- линейное дифференциальное уравнение, определитель Вронского, фундаментальную систему решений;
- основные понятия теории устойчивости;
- классификацию точек покоя на фазовой плоскости;
- краевую задачу Штурма – Лиувилля, теорему Стеклова;
- понятие вариации функционала, необходимое условие экстремума функционала.

Уметь:

- решать дифференциальные уравнения первого порядка, интегрируемые в квадратурах;
- находить общие, частные и особые решения;
- строить фундаментальную систему решений линейного дифференциального уравнения и линейной системы;
- применять на практике методы нахождения фундаментальной системы решений в резонансном случае;
- строить фазовый портрет системы второго порядка, находить и классифицировать особые точки, анализировать систему на устойчивость по Ляпунову;
- решать краевые задачи второго порядка, строить функцию Грина;
- находить экстремали функционала;

Владеть:

- методами решения линейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений;

- способностью применять на практике базовые положения теории краевых задач и вариационного исчисления;
- навыками решения линейных дифференциальных уравнений, которые часто встречаются на практике.

4. СТРУКТУРА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет:

зачетных единиц 7

академических часов 252, в т.ч.:

лекций – 72 ч

практических (семинарских) занятий – 72 ч

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название темы	Количество часов			Формы текущего контроля успеваемости (по темам) / Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
		Л	С	СРС	
Семестр: 3					
	Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	10	11	19	Контрольная работа
	Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого	10	9	11	Опрос у доски
	Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	10	10	15	Контрольная работа
	Раздел 4. Теория устойчивости	6	6	9	Опрос у доски
	ИТОГО	36	36	54	
ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ					Зачёт – 6 ч.

Семестр: 4

№ п/п	Название темы	Количество часов			Формы текущего контроля успеваемости (по темам) / Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
		Л	С	СРС	
	Раздел 5. Нелинейные системы. Квази-линейные уравнения в частных производных первого порядка	6	6	6	Консультации
	Раздел 6. Краевые задачи	21	20	32	Контрольная работа
	Раздел 7. Вариационное исчисление	15	16	16	Контрольная работа
	ИТОГО	36	36	54	
ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ					ЭКЗАМЕН 36 ч

где: Л – лекции, С – семинарские занятия, СРС – самостоятельная работа студентов.

4.1. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ

А. ПЛАНЫ ЛЕКЦИЙ

№ лекции	Тема лекции	Часы
	Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	10
Лекция 1.	Понятие дифференциальных уравнений. Физические задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Уравнение колебаний. Уравнение радиоактивного распада. Задачи Коши с начальными данными и краевые задачи. Понятие корректности постановки задачи. Лемма Гронуола-Беллама.	2
Лекция 2.	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Непрерывная зависимость от параметра и начальных условий. Метод изоклин решения дифференциальных уравнений.	2
Лекция 3.	Принцип сжимающих отображений и доказательство с помощью его теоремы существования и единственности для дифференциального уравнения первого порядка и для систем.	2
Лекция 4.	Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах. Общее, частное, особое решение. Метод разделения переменных. Однородное, линейное, уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	2
Лекция 5.	Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения. Уравнения Лагранжа, уравнение Клеро. Особые решения	2
	Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого	10
Лекция 6.	Дифференциальные уравнения n -го порядка. Методы понижения порядка уравнения. Линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского.	2
Лекция 7.	Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения.	2
Лекция 8.	Метод неопределённых коэффициентов решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. Примеры.	2
Лекция 9.	Задача Коши для линейного уравнения. Функция Коши. Представление решения с помощью функции Коши.	2
Лекция 10.	Уравнение Эйлера. Сведение к уравнению с постоянными коэффициентами. Применение формулы Лиувилля – Остроградского к решению линейных уравнений. Примеры.	2
	Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	10
Лекция 11.	Линейные однородные системы. Фундаментальная си-	2

	стема решений. Определитель Вронского. Общее решение линейной системы.	
Лекция 12.	Нахождение фундаментальной системы решений для линейной системы с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай некратных корней характеристического уравнения. Примеры.	2
Лекция 13.	Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения.	2
Лекция 14.	Общее решение неоднородной системы. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения.	2
Лекция 15.	Фундаментальная матрица системы. Метод вариации постоянных при решении неоднородной систем. Примеры	2
	Раздел 4. Теория устойчивости	6
Лекция 16.	Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы. Точки покоя. Устойчивость по первому приближению (первый метод Ляпунова). Примеры	2
Лекция 17.	Исследование траекторий в окрестности точки покоя. Классификация точек покоя. Фазовая плоскость. Фазовый портрет системы. Примеры.	2
Лекция 18.	Исследование устойчивости квазилинейных систем. Второй метод Ляпунова. Функция Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости.	2
	Итого за 3 семестр	36
	Раздел 5. Нелинейные системы. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка	6
Лекция 19.	Нелинейные системы. Первые интегралы автономной системы.	2
Лекция 20.	Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.	2
Лекция 21.	Характеристики. Общее решение. Задача Коши.	2
	Раздел 6. Краевые задачи	20
Лекция 22.	Постановка краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Существование и единственность решения краевой задачи. Формула Грина. Построение решения краевой задачи с помощью функции Грина. Примеры.	2
Лекция 23.	Существование функции Грина. Постановка краевой задачи при существовании решения однородной краевой задачи. Теорема о разрешимости неоднородной краевой задачи. Примеры	2
Лекция 24.	Обобщенная функция Грина и представление решения краевой задачи с ее помощью.	2
Лекция 25.	Задача Штурма-Лиувилля. Полнота системы собственных функций.	2
Лекция 26.	. Примеры нахождения собственных функций и собственных значений	2
Лекция 27.	Теорема Стеклова.	2
Лекция 28.	Уравнение Бесселя.	2

Лекция 29	Построение решения линейного уравнения в виде степенного ряда. Интегрирование уравнения Бесселя с помощью степенного ряда.	2
Лекция 30	Собственные функции краевой задачи для уравнения Бесселя.	2
Лекция 31	Постановка обратных задач для дифференциальных уравнений. Корректность этих задач.	2
	Раздел 7. Вариационное исчисление	10
Лекция 32	Понятие функционала и его вариации. Постановка вариационной задачи.	2
Лекция 33	Необходимое условие экстремума.	2
Лекция 34	Основная лемма вариационного исчисления.	2
Лекция 35	Уравнения Эйлера.	2
Лекция 36	Функционалы, содержащие производные порядка выше первого. Необходимые условия экстремума	2
Лекция 37	Многомерные вариационные задачи. Уравнение Эйлера-Остроградского.	2
	Итого за 4 семестр	36
	Итого за 2 курс	72

Б. План семинарских занятий.

№ занятия	Тема занятия	Часы
	Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	12
Занятие 1.	Метод изоклин решения дифференциальных уравнений. № 1-5*. Метод разделения переменных при решении дифференциальных уравнений первого порядка, разрешённых относительно производной. Общее, частное и особое решение. № 51-60, 88,89,91,92,100 – задачник Филиппова А.Ф. [4].	2
Занятие 2.	Однородные дифференциальные уравнения и уравнения к ним сводящиеся. Обобщённо-однородные уравнения. №101-106, 113-120, 124-129	2
Занятие 3.	Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати. № 136-140, 146-148, 150,151-152, 167-170	2
Занятие 4.	Уравнение в полных дифференциалах. Общий интеграл уравнения первого порядка. Интегрирующий множитель. № 186-188, 195-200, 211-215.	2
Занятие 5.	Дифференциальные уравнения первого порядка, неразрешённые относительно производной. Уравнения Лагранжа, уравнение Клеро. Особые решения. № 241-245, 251-255, 267, 271-274, 283, 287-293, 296	2
Занятие 6.	Контрольная работа №1 по теме занятий 1-5.	2
	Раздел 2. Дифференциальные уравнения порядка выше первого	10
Занятие 7.	Дифференциальные уравнения порядка выше первого. Методы понижения порядка уравнения. № 421-425, 434-437, 447, 455-458, 460-466, 475-480.	2
Занятие 8.	Линейное однородное дифференциальное уравнение	2

	<p>n-го порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Метод Эйлера решения однородного уравнения с постоянными коэффициентами № 511-520.</p>	
Занятие 9.	<p>Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Метод вариации постоянных нахождения частного решения неоднородного уравнения. Метод неопределённых коэффициентов решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. № 533-539, 544-547, 575-579.</p>	2
Занятие 10.	<p>Задача Коши для линейного уравнения. Функция Коши. № 582- 585</p>	2
Занятие 11.	<p>Уравнение Эйлера. Сведение к уравнению с постоянными коэффициентами. Применение формулы Ливилля – Остроградского к решению линейного уравнения второго порядка с переменными коэффициентами № 589- 595, 681 - 684</p>	2
	Раздел 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	10
Занятие 12.	<p>Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае некратных корней характеристического уравнения. № 786-791, 796-802</p>	2
Занятие 13.	<p>Построение фундаментальной системы решений для системы уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения. Схема Жордана. № 792, 804-808</p>	2
Занятие 14.	<p>Общее решение неоднородной системы. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения. № 826-833</p>	2
Занятие 15.	<p>Фундаментальная матрица системы. Метод вариации постоянных при нахождении частного решения неоднородной системы № 846-848</p>	2
Занятие 16.	<p>Контрольная работа №2 по теме занятий 7-15.</p>	2
	Раздел 4. Теория устойчивости	4
Занятие 17.	<p>Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость решения линейной системы. Устойчивость по первому приближению (первый метод Ляпунова). № 899-904, 915-919</p>	2
Занятие 18.	<p>Исследование траекторий в окрестности точки покоя. Фазовая плоскость. Фазовый портрет системы. № 1021-1026, 1001, 1002</p>	2
	Итого за 3-й семестр	36
	Раздел 5. Нелинейные системы. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка	6
Занятие 19	<p>Нелинейные системы. Первые интегралы автономной системы. № 1141-1144, № 1146-1150</p>	2
Занятие 20	<p>Квазилинейные уравнения в частных производных</p>	2

	первого порядка. Задача Коши. № 1167-1170, 1174, 1186.	
Занятие 21	Решение уравнений в частных производных первого порядка. № 1187, 1189, 1207	2
	Раздел 6. Краевые задачи	18
Занятие 22	Постановка краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Построение решения краевой задачи с помощью функции Грина. № 751-754, 760-761.	2
Занятие 23	Существование функции Грина. № 764-768	2
Занятие 24	Постановка краевой задачи при существовании решения однородной краевой задачи. № 772-773.	2
Занятие 25	Решение однородной краевой задачи. № 774.	2
Занятие 26	Обобщенная функция Грина и представление решения краевой задачи с ее помощью. № 755	2
Занятие 27	Задача Штурма-Лиувилля. Собственные функции, собственные значения. № 782-783	2
Занятие 28	Построение решения линейного уравнения в виде степенного ряда. Уравнение Бесселя. № 1091-1094	2
Занятие 29	Собственные функции краевой задачи для уравнения Бесселя.	2
Занятие 30	Контрольная работа № 3 по теме занятий 17 - 25	2
	Раздел 7. Вариационное исчисление	12
Занятие 31	Необходимое условие экстремума функционала. Эльсгольц Л.Э. гл.6 № 1 - 3.	2
Занятие 32	Уравнения Эйлера. Эльсгольц Л.Э. гл.6 № 14 – 16, 11.	2
Занятие 33	Функционалы, содержащие производные порядка выше первого. Необходимые условия экстремума. Эльсгольц Л.Э. гл.6 № 9, 10, 19, 20	2
Занятие 34	Многомерные вариационные задачи. Уравнение Эйлера-Остроградского. Эльсгольц Л.Э. гл.6 № 12, 13	2
Занятие 35	Вариационные задачи на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Изопериметрическая задача. Эльсгольц Л.Э. гл. 9 № 1 - 3.	2
Занятие 36	Контрольная работа № 4	2
	Итого за 4 семестр	36
	Итого за 2 курс	72

- номера задач для семинарских занятий и самостоятельной работы указаны из задачника Филиппова А.Ф. [4]

5. РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Работа в аудитории: лекции, консультации, в том числе, консультации для групп и индивидуальные консультации, семинарские занятия, контрольные работы. Просмотр фильма о странном аттракторе Лоренца.

Внеаудиторная работа: самостоятельная работа студентов.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Виды самостоятельной работы обучающегося:

- выполнение заданий самостоятельной работы согласно плану;
- научно-исследовательская работа учащегося в библиотеках;
- подготовка к зачёту и устному экзамену.

Виды самостоятельной работы обучающегося сведём в следующую таблицу:

№ п/п	Виды СРС	Часы
1	Проработка лекций по конспекту	14
2	Выполнение домашних практических заданий	16
3	Подготовка к контрольной работе	16
4	Выполнение индивидуального типового расчёта	14
Всего часов:		60

7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. *На лекциях* – консультации, устный опрос, оценка конспекта.
2. *В конспекте* каждый студент помимо материалов лекций отражает результат самостоятельного изучения литературы.
3. *На практических (семинарских) занятиях* после изучения типовых задач по темам курса проводится контрольная работа по индивидуальным практическим заданиям. Данные по всем заданиям сохраняются в профиле студента до итогового экзамена.

ПРИМЕР КОНТРОЛЬНОЙ

1 Найти общее решение

$$\dot{x} = ax + y + t$$

$$\dot{y} = 3x + 5y$$

2 Исследовать на устойчивость нулевое решение

$$\begin{cases} \dot{x} = 2e^{-x} - \sqrt{4+ay}, \\ \dot{y} = \ln(1+x+ay). \end{cases}$$

3 Найти состояния равновесия и описать их топологический тип.

$$\dot{x} = \ln \frac{y^2 - y + 1}{1 + a}$$

$$\dot{y} = x - y$$

4 Решить краевую задачу

$$y'' + ay = 0$$

$$y'(0) = 0, \quad y(1) = 1$$

5 При каком «*b*» решение содержит периодические функции

$$\dot{x} = 2x + ay$$

$$\dot{y} = bx + 5y + e^{-3t}$$

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

4. Понятие дифференциальных уравнений и его решения, пример
5. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

6. Уравнение колебания маятника.
7. Начальные условия, задача Коши, примеры.
8. Лемма Гронуолла.
9. Условие Липшица и теорема о единственности решения, пример.
10. Частное и общее решения, интеграл дифференциального уравнения, примеры.
11. Уравнения с разделяющимися переменными, пример решения.
12. Однородные дифференциальные уравнения, пример решения.
13. Линейное уравнение первого порядка, пример решения.
14. Метод вариации для линейного уравнение первого порядка, пример решения.
15. Уравнения в полных дифференциалах, пример решения.
16. Интегрирующий множитель, пример решения.
17. Дифференциальные уравнения, не разрешённые относительно производных, теорема о существовании решения.
18. Уравнения Лагранжа и Клеро, примеры.
19. Принцип сжатых отображений, теорема существования и единственности решения задачи Коши.
20. Теоремы о гладкой зависимости от начальных данных и параметра.
21. Дифференциальные уравнения n -го порядка. Методы понижения порядка уравнения, пример.
22. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка, пространство решений, пример.
23. Определитель Вронского, теоремы об определителе Вронского, примеры
24. Фундаментальная система решений, теорема об общем решении линейного уравнения n -го порядка, пример.
25. Общее решение линейного неоднородного уравнения, пример.
26. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, действительные различные корни, примеры.
27. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, действительные кратные корни, примеры
28. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, комплексные корни, примеры.
29. Линейные неоднородные уравнения второго порядка со специальной правой частью, пример.

30. Решение линейных неоднородных уравнений второго порядка методом вариации, пример.
31. Уравнение Эйлера, пример.
32. Системы дифференциальных уравнений, задача Коши, теорема существования и единственности, общее решение.
33. Однородная система линейных уравнений, фундаментальная матрица, примеры.
34. Вронскиан и формула Лиувилля, пример.
35. Неоднородная система линейных уравнений, теорема о структуре общего решения, пример.
36. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, пример.
37. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай некратных корней характеристического уравнения, пример.
38. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай кратных корней характеристического уравнения, пример.
39. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, случай комплексных корней характеристического уравнения, пример.
40. Матричная экспонента как решение системы линейных уравнений.
41. Решение неоднородных линейных систем, метод вариации произвольных постоянных, пример.
42. Определение устойчивости, асимптотической устойчивости решения, примеры.
43. Устойчивость линейных систем с постоянной матрицей, примеры.
44. Классификация точек покоя линейных систем, примеры.
45. Состояния равновесия нелинейных систем, теорема Гробмана-Хартмана, пример.
46. Алгоритм исследования траекторий в окрестности точки покоя, пример.
47. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Характеристики. Задача Коши, пример.
48. Постановка краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, примеры.
49. Тождество Лагранжа и формула Грина для краевой задачи, пример.
50. Существование функции Грина и ее построение, пример.
51. Построение решения краевой задачи неоднородного уравнения с помощью функции Грина. Примеры.

52. Задача Штурма-Лиувилля, пример.
53. Теорема В. А. Стеклова о полноте системы собственных функций задачи Штурма-Лиувилля, нахождение коэффициентов разложения.
54. Уравнение Бесселя. Интегрирование уравнения Бесселя с помощью степенного ряда.

Пример экзаменационного билета

1. Условие Липшица и теорема о единственности решения задачи Коши, примеры.
2. Интегрирование уравнения Бесселя с помощью степенного ряда.
3. Задача. Найти решение задачи Коши. $y' - y/x = x^2$, $y(1) = 0$.

Форма текущего контроля - контрольная работа. На контрольной работе дается 5 задач, оценка равна числу решенных задач: «отлично» - за 5 решенных задач, «хорошо» - за 4 решенные задачи, «удовлетворительно» - за 3 решенные задачи, «неудовлетворительно» - когда число решенных задач менее трех.

Форма промежуточного контроля - зачет;

Форма итогового контроля - устный экзамен. По результатам устного экзамена студент получает оценку «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». На экзамене дается 2 теоретических вопроса и 2 задачи. Оценка «отлично» ставится, если даны полные верные ответы на теоретические вопросы и решены 2 задачи. Оценка «хорошо» ставится, если 2 задачи, а в ответах на теоретические вопросы допущены неточности. Оценка «удовлетворительно» ставится, если выполнена половина задания. Если ни одна из задач не решена, выставляется оценка «неудовлетворительно».

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1980. -230 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: «Наука», 1965. -279 с.
3. Дмитриев В.И. Дифференциальные уравнения и вариационное / Учебное пособие. - М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, 2000. - 95 с.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Интеграл-Пресс, 1998. – 208 с.

б) дополнительная литература:

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: «Наука», 1974. - 210 с.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: «Наука», 1970. - 190 с.

в) Интернет-ресурсы:

1. Journals of American Mathematical Society – <http://www.ams.org/journals/>
2. Journal of the London Mathematical Society – <http://www.jlms.oxfordjournals.org/>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

- библиотека Филиала МГУ в г. Севастополе;
- лекционные аудитории, снабжённые мультимедийными средствами для демонстрации презентаций;
- компьютерные классы с доступом к Интернет-ресурсам (вкл. ресурсы МГУ) с любого компьютера. Каждому студенту в компьютерном классе должен определяться индивидуальный профиль, дающий возможность сохранять выполненные задания на практических (семинарское) занятиях (в часы самостоятельной работы) до экзамена.