

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
филиал МГУ в г. Севастополе  
факультет компьютерной математики  
кафедра прикладной математики



**УТВЕРЖДАЮ**

Директор

Филиала МГУ в г. Севастополе

О.А. Шпырко

«15» июня 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
**Наименование дисциплины (модуля):**

*ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА*

*код и наименование дисциплины (модуля)*

**Уровень высшего образования:**  
*бакалавриат*

**Направление подготовки:**

*01.03.02 Прикладная математика и информатика*

*(код и название направления/специальности)*


**Направленность (профиль) ОПОП:**  
*общий*


*(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)*

**Форма обучения**

*очная*

Рабочая программа рассмотрена  
на заседании кафедры программирования  
протокол № 3 от «28» апреля 2020 г.  
Заведующий кафедрой прикладной  
математики

  
(С. И. Гуров)  
(подпись)

Рабочая программа одобрена  
Методическим советом  
Филиала МГУ в г. Севастополе  
Протокол № 6 от «10» июня 2020 г.  
  
(А.В. Мартынкин)  
(подпись)

Севастополь, 2020

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение 2016,2017,2018

*курс – I*

*семестр – 2*

*зачетных единиц – 4*

*академических часов – 144, в т.ч.:*

*лекций – 36 часов*

*практических занятий – 36 часов*

*Формы промежуточной аттестации:*

*зачёты в семестрах – нет*

*Форма итоговой аттестации:*

*экзамен в I семестре.*

## **Цель и задачи освоения дисциплин модуля "Дискретная математика"**

Цель преподавания дисциплины "Дискретная математика" - обучение студентов основным понятиям, моделям и методам решения задач прикладной дискретной математики, являющейся математическим базисом образования специалиста в области компьютерной инженерии.

Дисциплина «Дискретная математика» ставит своей целью ознакомление студентов с важнейшими разделами дискретной математики и ее применением в математической кибернетике. В процессе обучения прививаются навыки свободного обращения с такими дискретными объектами как функции алгебры логики, автоматные функции, машины Тьюринга, рекурсивные функции, графы и вырабатывается представление о проблематике теории кодирования, синтеза управляющих систем. Во всех разделах дисциплины большое внимание следует уделять построению алгоритмов для решения задач дискретной математики. Это способствует более глубокому пониманию проблематики теории алгоритмов, ее возможностей и трудностей, помогает будущим специалистам научиться выбирать нужные алгоритмы для решения конкретных дискретных задач.

В результате освоения дисциплины «Дискретная математика» обучающийся должен:

### ***Знать:***

- понятия и модели дискретной математики: теории функций алгебры логики (ФАЛ), представление ФАЛ формулами из заданных классов, а также реализация ФАЛ схемами из функциональных элементов, теории функций многозначной логики, теории графов, теории кодирования и конечных автоматов;
- постановки и методы решения задач дискретной математики, формы представления данных и их преобразования;
- примеры приложения моделей дискретной математики в науке и для практических задач.

### ***Уметь:***

- решать классические задачи дискретной математики на основе изучения алгоритмов, критериев их оптимальности, оценки объема перебора, построения приближенных решений, т.е. навыки, необходимые при решении математических и инженерных задач.
- применять практически классические результаты К. Шеннона, С.В. Яблонского, Ю.И. Журавлева и О.Б. Лупанова, а также некоторые результаты последних лет.

### ***Владеть:***

- необходимыми навыками для решения математических и инженерных задач.

Универсальные и профессиональные компетенции, которыми должен обладать студент

### **Универсальные компетенции:**

#### **общенаучные:**

- владение методологией научных исследований в профессиональной области (ОНК-4);
- владение фундаментальными разделами математики и информатики, необходимыми для решения научно-исследовательских и практических задач в профессиональной области (ОНК-6);

#### **системные:**

способность к творчеству, порождению инновационных идей, выдвижению самостоятельных гипотез (СК-1);

способность к поиску, критическому анализу, обобщению и систематизации научной информации, к постановке целей исследования и выбору оптимальных путей и методов их достижения (СК-2);

способность к самостоятельному обучению и разработке новых методов исследования, к изменению научного и научно-производственного профиля деятельности; к инновационной научно-образовательной деятельности (СК-3);

**Профессиональные компетенции:**

**в области научно-исследовательской деятельности:**

способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат (ПК-2).

Формат обучения – контактный.

**Содержание разделов дисциплины**

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля),  Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося			Всего академических часов	Форма текущего контроля успеваемости (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы		
	Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*			
<b>Раздел 1. Функции алгебры логики</b>					
Функции алгебры логики. Существенные и фиктивные переменные. Формулы. Основные эквивалентности.	4	4	4	8	Тест проверка домашнего задания
Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Схемы из функциональных элементов.	2	2	4	4	Тест проверка домашнего задания
Полиномы и линейные функции. Замкнутые классы.	2	2	4	4	Тест проверка домашнего задания
Классы $T_0$ , $T_1$ , $S$ . Подсчет числа функций.	2	2	4	4	Опрос

Класс $M$ . Теорема Поста, следствия из нее.	2	2	6	10	Тест проверка домашнего задания
Полнота и шефферовость в алгебре логики. $K$ - значные функции.	2	1	4	7	Тест проверка домашнего задания
Контрольная работа.		1			
Раздел 2. Основы теории графов					
Основные понятия теории графов. Изоморфизм графов. Связность.	2	3	4	9	Тест проверка домашнего задания
Деревья, их свойства. Корневые деревья. Упорядоченные корневые деревья, их коды. Верхняя оценка числа деревьев с $q$ ребрами.	2	2	4	8	Тест проверка домашнего задания
Геометрическая реализация графов. Теорема Эйлера.	2	2	4	8	Тест проверка домашнего задания
Непланарность графов $K_5$ и $K_{3,3}$ . Гомеоморфизм графов. Теорема Понтрягина- Куратовского.	2	2	4	8	Тест проверка домашнего задания
Вершинная и реберная раскраски графа. Хроматическое число и хроматический индекс графа.	2	2	4	8	Тест проверка домашнего задания
Теорема о раскраске планарных графов в 5 цветов.	2	-	4	6	Тест проверка домашнего задания
Контрольная работа.		1			
Раздел 3. Основы теории кодирования					
Алфавитное кодирование. Алгоритм распознавания взаимной однозначности. Теорема Маркова. Неравенство Макмиллана.	2	3	6	9	Тест проверка домашнего задания



Построение оптимальных двоичных кодов. Метод Хаффмана.	2	2	4	8	Тест проверка домашнего задания
Коды с исправлением ошибок. Код Хемминга.	2	2	4	8	Тест проверка домашнего задания
Контрольная работа.		1			
Раздел 4. Основы теории конечных автоматов					
Понятие ограниченно-детерминированных (автоматных) функций, их представление диаграммой Мура	2	2	4	8	Тест проверка домашнего задания
Система канонических уравнений автомата. Единичная задержка. Схемы из функциональных элементов и элементов задержки.	2	1	4	7	Тест проверка домашнего задания
Контрольная работа		1		1	
Всего	36	36	72	144	

### 6.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

1	Функции алгебры логики	Функции алгебры логики. Существенные и фиктивные переменные. Формулы. Основные эквивалентности. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Схемы из функциональных элементов. Полиномы и линейные функции. Замкнутые классы. Классы $T_0$ , $T_1$ , $S$ . Подсчет числа функций. Класс $M$ . Теорема Поста, следствия из нее. Полнота и шэфферовость в алгебре логики. К-значные функции.
2	Основы теории графов	Основные понятия теории графов. Изоморфизм графов. Связность. Деревья, их свойства. Корневые деревья. Упорядоченные корневые деревья, их коды. Верхняя оценка числа деревьев с $q$ ребрами. Геометрическая реализация графов. Теорема Эйлера. Непланарность графов $K_5$ и $K_{3,3}$ . Гомеоморфизм графов. Теорема Понтрягина-Куратовского. Непланарность графов $K_5$ и $K_{3,3}$ . Гомеоморфизм графов. Теорема



		Понтрягина-Куратовского. Вершинная и реберная раскраски графа. Хроматическое число и хроматический индекс графа. Теорема о раскраске планарных графов в 5 цветов.
3	Основы теории кодирования	Алфавитное кодирование. Алгоритм распознавания взаимной однозначности. Теорема Маркова. Неравенство Макмиллана. Построение оптимальных двоичных кодов. Метод Хаффмана. Коды с исправлением ошибок. Код Хемминга.
4	Основы теории конечных автоматов	Понятие ограниченно-детерминированных (автоматных) функций, их представление диаграммой Мура. Система канонических уравнений автомата. Единичная задержка. Схемы из функциональных элементов и элементов задержки.

### 7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

на лекциях: контрольный опрос по пройденному материалу;

на семинарах: выборочная проверка выполнения домашних заданий, оценка выполнения заданий программы семинара.

#### 7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

1. Построить вектор значений функции алгебры логики (ФАЛ), заданной формулой.
2. Проверить, являются ли две данные формулы эквивалентными.
3. Для ФАЛ, заданной вектором значений или формулой, построить
  - совершенную ДНФ;
  - совершенную КНФ;
  - полином Жегалкина;
  - схему из функциональных элементов в заданном базисе (+ то же для системы ФАЛ).
4. Найти существенные и фиктивные переменные ФАЛ.
5. Найти число ФАЛ от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  в классе функций, заданном как результат некоторой теоретико-множественной операции над предполными классами.
6. Определить, принадлежит ли заданная ФАЛ классам  $T_0, T_1, L, S, M$ .
7. Выяснить, полна ли система ФАЛ, заданных
  - формулами;
  - векторами значений;
  - как результат некоторой теоретико-множественной операции над предполными классами.
8. Выяснить, является ли данная система ФАЛ базисом в  $P_2$ .
9. Из полной в  $P_2$  системы ФАЛ выделить всевозможные базисы.
10. Для неполной в  $P_2$  системы ФАЛ выяснить, можно ли ее дополнить до базиса в  $P_2$ .
11. Для двух заданных графов выяснить, изоморфны ли они.
12. Для двух заданных графов выяснить, гомеоморфны ли они.
13. Для заданного графа определить
  - является ли он планарным;
  - хроматическое число;

- хроматический индекс.
14. Для заданного упорядоченного корневого дерева построить его код.
  15. Для заданного двоичного вектора построить соответствующее упорядоченное корневое дерево либо доказать, что это сделать невозможно.
  16. Найти число графов (деревьев, корневых деревьев, упорядоченных корневых деревьев) с заданными свойствами.
  17. Для заданного алфавитного кодирования выяснить, является ли оно
    - префиксным;
    - суффиксным;
    - равномерным;
    - взаимно однозначным (и в случае отрицательного ответа построить слово наименьшей длины, которое декодируется неоднозначно);
    - оптимальным для заданного распределения частот.
  18. Для заданной схемы алфавитного кодирования
    - построить код заданного сообщения;
    - выяснить, является ли заданное слово в кодирующем алфавите кодом ровно одного сообщения.
  19. Построить двоичный префиксный (суффиксный, оптимальный) код с заданными длинами кодовых слов либо доказать, что это сделать невозможно.
  20. Для заданного распределения частот построить оптимальный двоичный код по методу Хаффмана.
  21. По заданному равномерному двоичному коду определить
    - кодовое расстояние;
    - сколько ошибок этот код обнаруживает;
    - сколько ошибок этот код исправляет.
  22. Для заданного двоичного сообщения построить кодовое слово по методу Хэмминга.
  23. В коде Хэмминга получено заданное сообщение. Исправить единичную ошибку (если она есть) и декодировать сообщение.
  24. Определить, является ли заданное отображение детерминированной (ограниченно-детерминированной) функцией.
  25. Для автомата, заданного каноническими уравнениями, канонической таблицей, диаграммой Мура или операторной схемой, построить все остальные формы задания автомата.

### Вопросы к экзамену

1. Функции алгебры логики. Таблица истинности. Существенные и фиктивные переменные. Равенство функций. Понятие формулы. Основные тождества для элементарных функций.
2. Теорема о разложении функции алгебры логики по переменным. Теорема о совершенной ДНФ. Теорема о совершенной КНФ.
3. Функциональная полнота. Полные в  $P_2$  системы. Примеры полных систем (с доказательством полноты).
4. Определение полинома Жегалкина. Теорема Жегалкина о представимости функции алгебры логики полиномом.
5. Понятие замыкания и замкнутого класса. Замкнутость классов  $T_0$  и  $T_1$ .
6. Двойственность. Класс самодвойственных функций (S), его замкнутость.
7. Класс монотонных функций (M), его замкнутость.
8. Класс линейных функций (L), его замкнутость. Теоремы о пересечении класса L с классом S и с классом M.
9. Лемма о несамодвойственной функции.

10. Лемма о немонотонной функции.
11. Лемма о нелинейной функции.
12. Теорема Поста о полноте системы функций алгебры логики.
13. Теорема о количестве функций в базисе алгебры логики.
14. Теорема о предполных классах в алгебре логики.
15.  $k$ -значные функции. Элементарные функции  $k$ -значной логики. Теорема о существовании конечной полной системы в множестве  $k$ -значных функций. Особенности  $k$ -значной логики (при  $k > 2$ ).
16. Основные понятия теории графов. Определения графа, мультиграфа, псевдографа, орграфа. Теорема о сумме степеней вершин псевдографа. Изоморфизм графов. Связность.
17. Деревья. Свойства деревьев.
18. Корневые деревья. Упорядоченные корневые деревья, их коды. Верхняя оценка числа деревьев с  $q$  ребрами.
19. Геометрическая реализация графов. Теорема о реализации графов в трехмерном пространстве.
20. Планарные (плоские) графы. Теорема Эйлера.
21. Доказательство непланарности графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$ . Гомеоморфизм графов. Теорема Понтрягина-Куратовского (доказательство в одну сторону).
22. Вершинная и реберная раскраски графа. Хроматическое число и хроматический индекс графа. Теорема о раскраске планарных графов в 5 цветов.
23. Схемы из функциональных элементов. Реализация функций алгебры логики схемами в заданном базисе.
24. Алфавитное кодирование. Префиксный, суффиксный, равномерный код. Алгоритм распознавания взаимной однозначности алфавитного кодирования. Теорема Маркова.
25. Неравенство Макмиллана.
26. Существование префиксного кода с заданными длинами кодовых слов.
27. Оптимальные двоичные коды (определение, свойства, примеры).
28. Теорема редукции. Метод Хаффмана построения оптимального двоичного кода по заданному распределению частот.
29. Коды с исправлением  $r$  ошибок. Расстояние Хэмминга. Шар в двоичном  $n$ -мерном кубе. Оценка функции  $M_r(n)$ . Коды с обнаружением  $r$  ошибок. Теорема о кодовом расстоянии.
30. Коды Хемминга. Оценка функции  $M_1(n)$ .
31. Понятие ограниченно-детерминированных (автоматных) функций, их представление диаграммой Мура. Единичная задержка.
32. Схемы из функциональных элементов и элементов задержки. Автоматность осуществляемых ими отображений.
33. Моделирование автоматной функции схемой из функциональных элементов и элементов задержки.
34. Теорема Мура. Теорема об отличимости состояний двух автоматов.

- для экзамена

<b>ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)</b>				
Оценка	2	3	4	5
РО и соответствующие виды оценочных средств				
<b>Знания</b> (виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Умения</b> (виды оценочных средств: практические контрольные)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы	Успешное и систематическое умение

задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)		е умение	умение (допускает неточности непринципиального характера)	
<b>Навыки (владения, опыт деятельности)</b> (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

- для зачета

<b>ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)</b>				
Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	Не зачтено	Зачтено		
<b>Знания</b> (виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Умения</b> (виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
<b>Навыки (владения, опыт деятельности)</b> (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

## 8. Ресурсное обеспечение:

– **Перечень основной и дополнительной литературы** (учебники и учебно-методические пособия),

### Основная литература

1. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. Учеб. пособие для вузов М.: Наука, (1979), 1986
2. Алексеев В.Б. Дискретная математика (курс лекций, 2-ой семестр ). Сост. А.Д. Поспелов (<http://mathcyb.cs.msu.su/paper/books/dmccour.pdf>)
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А. А. задачник "Задачи и упражнения по дискретной математике: Учебное пособие/ - 3-е изд., перераб.. - М.: Физматлит, 2009. - 416 с.
4. Горбатов В.А. Основы дискретной математики. -М.: Высшая школа, 1986. - 311с.
5. Берж К. Теория графов и ее применение. - М.: ИЛ, 1962. - 319с.
6. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. - М.: Мир, 1978. - 432с.

### Дополнительная литература

1. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. /Учебное пособие. -М.: Изд-во МАИ,1992. -264 с.
2. Бернан А. Упорядоченные множества. -М.:ИЛ,1961.- 64с.

3. Шиханович В.А. Введение в современную математику. -М.: Наука, 1965. -376с.
4. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. -М.: Наука, 1975. - 480 с.
5. Лекции по теории графов /Емеличев В.А., Мельников О.И., Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. -М.: Мир, 1981. - 323 с.
6. Форд Л. Фалкерсон Д. Потоки в сетях. -М.: Мир,1966. -276 с.
7. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. -М.: Наука, 1983. - 360 с.
8. Логика и компьютер. Моделирование рассуждений и проверка правильности программ. / Алешина Н.А., Анисов А.М., Быстров П.И. и др. -М.: Наука,1990.-240 с.

**Перечень лицензионного программного обеспечения** (при необходимости); -  
электронная учебно-методическая система «Ownlibrari» кафедры программирования  
Филиала МГУ в г. Севастополе

- материалы дисциплинам модуля «Дискретная математика»

<http://mathcyb.cs.msu.su/books.php>

- **Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем;**
- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**  
(при необходимости).
- **Описание материально-технического обеспечения.**

**9. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в общей характеристике ОПОП.**

**10. Язык преподавания- русский**

**11. Преподаватели: Дашкова О.Ю.**

**12. Авторы программы: Дашкова О.Ю.**