

УДК 004.942

## ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРА УСРЕДНЕНИЯ ОСНАЩЕННОГО СИМВОЛИЧЕСКОГО ОБРАЗА ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Левцкий А.А.

Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в городе Севастополе

Под динамической системой понимают любой объект или процесс, для которого однозначно определено понятие состояния как совокупности некоторых величин в данный момент времени и задан закон, который описывает изменение (эволюцию) начального состояния с течением времени. Этот закон позволяет по начальному состоянию прогнозировать будущее состояние динамической системы, его называют законом эволюции. Однако предсказать состояние некоторых динамических систем на сколь угодно большой промежуток времени не представляется возможным [1].

Дискретные динамические системы задаются отображением  $x_{n+1} = f(x_n)$ , где каждое последующее состояние системы  $x_{n+1}$  однозначно определяется предыдущим состоянием  $x_n$  и отображением  $f$ . При этом номер  $n$  можно трактовать как дискретное время.

В данной работе был реализован алгоритм вычисления спектра усреднения оснащенного символического образа динамической системы [1]. Система задавалась отображением Икеда:

$$\begin{cases} x_{n+1} = 0,6 + 0,9 * (x_n * \cos(t) - y_n * \sin(t)) \\ y_{n+1} = 0,9 * (x_n * \sin(t) + y_n * \cos(t)) \\ t = 0,4 - 6,0 / (1 + x_n^2 + y_n^2) \end{cases}$$

В процессе вычисления спектра усреднения решался ряд задач:

1. Построение символического образа (ориентированного графа, аппроксимирующего динамическую систему)
2. Построение оснащения символического образа (приписывание значений некоторой функции ребрам графа)
3. Вычисление спектра усреднения оснащенного символического образа

Для построения символического образа был реализован алгоритм локализации цепно-рекуррентного множества [1, с. 21], заключающийся в разбиении заданной области на ячейки, представлении множества ячеек как графа, где каждая вершина – ячейка, ребра – доступные переходы из точек одной ячейки на точки других (или на саму себя), и исключения невозвратных вершин из графа (ячеек из области). Такая процедура проводится несколько раз до достижения заданной точности. В качестве области, в которой была проведена локализация цепно-рекуррентного множества, был выбран прямоугольник  $[-1,5; 1,5] \times [-1; 1]$ .

В результате получился ориентированный граф, состоящий из нескольких классов возвратных вершин (компонент сильной связности). Из любой вершины одной компоненты связности можно попасть в любую вершину этой же компоненты за конечное число переходов. Между компонентами есть только односторонние переходы. Оснащение графа заключалось в приписывании ребрам графа значения некоторой функции  $\varphi$ , зависящей от точек ячейки. Согласно теории [1, с.102], спектр усреднения оснащенного символического образа состоит из интервалов  $[\lambda_{\min}(H_k), \lambda_{\max}(H_k)]$ , где  $\{H_k\}$  – компоненты сильной связности,  $\lambda_{\min}(H_k), \lambda_{\max}(H_k)$  – минимальное и максимальное значения усреднения на периодических путях  $H_k$ . С практической точки зрения усреднения на периодах - это средние значения оснащения на циклах компоненты. Для поиска усреднений был задействован алгоритм Карпа нахождения цикла с минимальным и максимальным средним весом [2].

Актуальность данной работы заключается в использовании современных методов при решении поставленных задач. Программа была написана на языках Python и C++. Был подключен JIT-компилятор Numba для языка Python [3], ускоряющий исполнение программы. Так же использовалась библиотека numpy для научных вычислений и представления данных [4].

В дальнейшем данные методы можно будет использовать для решения других научных задач.

### Список литературы

- 1.Осипенко Г.С., Ампилова Н.Б. Введение в символический анализ динамических систем / СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2005. 217 с.
- 2.R. M. Karp. A characterization of the minimum cycle mean in a digraph // Discrete mathematics. 1978. №23(3). С. 309–311.
- 3.Официальный сайт, посвященный JIT-компилятору Numba [Электронный ресурс] / URL: <http://numba.pydata.org>.
- 4.Библиотека для научных вычислений numpy [Электронный ресурс] / URL: <http://www.numpy.org>.