

**Построение точек гомоклинического касания**

*Гостев Денис Алексеевич*

*Студент (специалист)*

Филиал МГУ имени М.В.Ломоносова в г. Севастополе, Факультет компьютерной математики, Кафедра прикладной математики, Севастополь, Россия

*E-mail: axe22.axe22@gmail.com*

В работе представлена программная реализация итераций кривых, т.е. компьютерная динамика в пространстве кривых и последующая визуализация.

Пусть  $f$  - диффеоморфизм плоскости, а  $L$  - начальный отрезок, тогда итерация алгоритма выглядит следующим образом:

$$f:L; L_1=f(L), L_2=f^2(L), L_3=f^3(L), \dots, L_k=f^k(L), \dots$$

где  $k$  - номер итерации.

Пусть точка  $(0, 0)$  является гиперболическим состоянием равновесия диффеоморфизма  $f$ . Кривая проходит через состояние равновесия. Далее начинается процесс итерирования. Стоит отметить, что при компьютерной обработке естественным является представление кривой в виде ломаной, вершины, которой принадлежат кривой. При этом итерация кривой рассматривается как итерация вершин ломаной.

Итерации сходятся к неустойчивому многообразию точки  $(0, 0)$ . Для  $f^{-1}$  аналогичным образом получается устойчивое многообразие точки  $(0, 0)$ . Гомоклиническими точками являются точки пересечения устойчивого и неустойчивого многообразий (точнее, их правых сепаратрис). Если пересечение устойчивого и неустойчивого многообразий трансверсальное (угол отличен от нуля), то имеет место хаос [2, с.63-80].

Использованный в работе метод позволяет найти параметры, при которых происходит касание устойчивой и неустойчивой сепаратрис. Известно, что гомоклиническая точка касания порождает более сложную динамику, чем динамика при пересечении.

В качестве примера для демонстрации результатов было рассмотрено отображение

$$x_1 = bx + y + ax(1 - x)$$

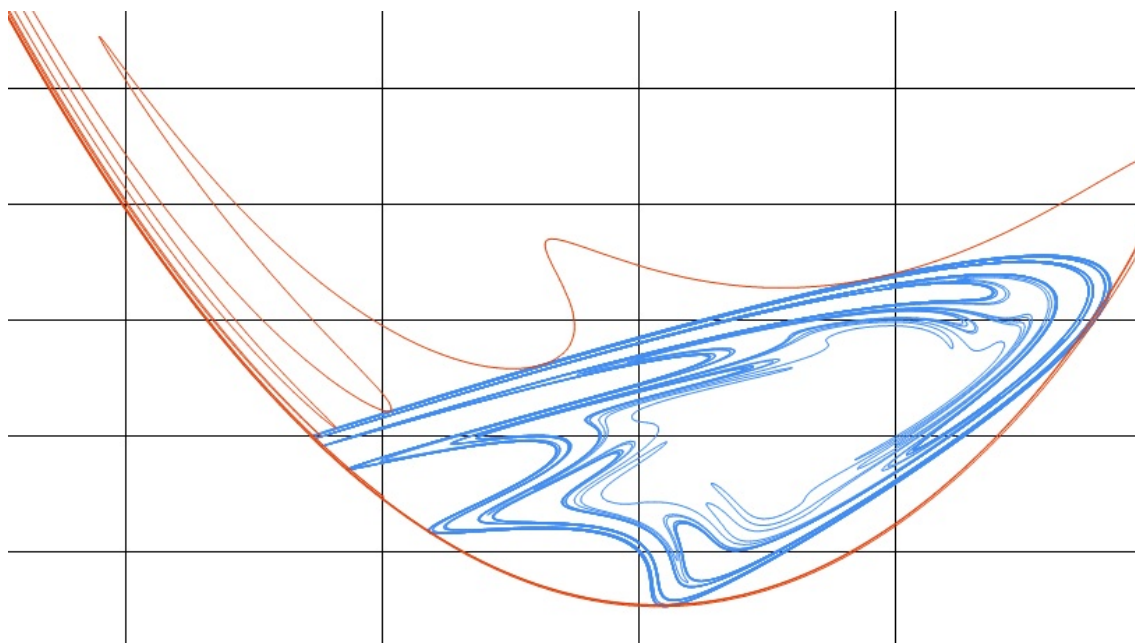
$$y_1 = y + ax(1 - x)$$

Для значений параметров  $a = 1.511717565$  и  $b = 0.93$  имеет место касание устойчивой и неустойчивой сепаратрис (рис.1).

**Источники и литература**

- 1) Осипенко Г. С., Ампилова Н. Б. Введение в символический анализ динамических систем, из-во Санкт-Петербургского университета, 2005
- 2) Smale S. Diffeomorphisms with many periodic points, in Differential and Combinatorial Topology, Princeton Univ., 1965

**Иллюстрации**



**Рис. 1.** гомоклинические точки касания