

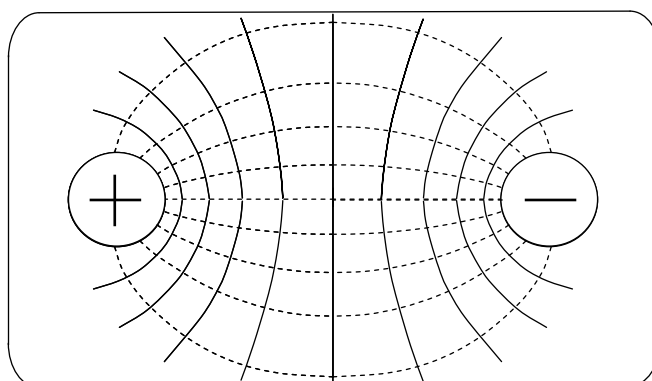


**Московский государственный университет им.
М.В.Ломоносова**

Лабораторный практикум по общей физике

Электричество и магнетизм

**Изучение электростатических полей
с помощью электролитической ванны**



Изучение электростатических полей с помощью электролитической ванны

Целью работы является экспериментальное исследование структуры электростатического поля, создаваемого электродами простейшей формы, с использованием метода электролитической ванны. Применяется способ графического изображения полей с помощью поверхностей равного потенциала и картины силовых линий.

Введение

Как известно, электростатическое поле характеризуется в каждой точке пространства значением вектора напряженности E и значением электростатического потенциала φ .

Напряженностью E электростатического поля в данной точке называется физическая величина, равная силе, действующей на пробный единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля. E — вектор, направление которого совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Для наглядности электрическое поле изображают на чертеже при помощи силовых линий. **Силовой линией**, или линией вектора напряженности, называют линию, проведенную в электрическом поле, для которой направление касательной в любой точке совпадает с направлением вектора напряженности поля. За положительное направление силовой линии, отмечаемое на чертеже стрелкой, условились считать направление самого вектора E . Так как источником электростатического поля являются электрические заряды, то силовые линии такого поля начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах или уходят в бесконечность; они никогда не пересекаются. Величина напряженности поля передается густотой силовых линий.

Потенциалом φ данной точки поля называется работа, которую электрическое поле совершает, перемещая единичный положительный заряд из этой точки в бесконечность. При этом потенциал бесконечно удаленной точки принимается за нулевой*.

Обе характеристики электростатического поля безусловно связаны между собой. В общем виде эта связь выражается соотношением

$$E = -grad\varphi. \quad (1)$$

Геометрическое место точек, имеющих одинаковое значение потенциала, называют поверхностью равного потенциала или **эквипотенциальной поверхностью**. Так как все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, то при перемещении заряда вдоль такой поверхности электрическое поле не совершает работы. Это имеет место, если сила, действующая на заряд при таком перемещении, либо перпендикулярна к направ-

* Следует отметить, что физический смысл имеет разность потенциалов между двумя точками. Но если заранее условиться о выборе единой для всей области поля точки с нулевым потенциалом, то можно говорить просто о потенциале.

лению перемещения в каждой точке поверхности, либо равна нулю. В случае, когда напряженность электрического поля не равна нулю, можно сделать вывод, что направление вектора напряженности, а тем самым, и направление силовых линий, во всех точках перпендикулярно эквипотенциальной поверхности. Этот факт передается и формулой (1).

Методика исследования

Ортогональность силовых линий и поверхностей равного потенциала существенно облегчает как экспериментальное, так и теоретическое исследование электростатического поля. Именно, коль скоро определено семейство одних линий (или поверхностей), легко решается и задача отыскания другого, соответствующего найденному, семейства.

Теоретически, как правило, легче вести расчет потенциалов, чем напряженности полей, так как первые суть величины скалярные, а вторые — векторные. Экспериментально измерения потенциалов также оказываются проще, чем измерения напряженности поля, так как большинство приборов, пригодных для изучения полей, измеряют именно разность потенциалов, а не напряженность поля. Поэтому и в настоящей работе экспериментально изучается распределение потенциалов. Силовые линии изучаемых полей строятся уже потом как ортогональные к экспериментально найденным поверхностям равного потенциала.

В основу изучения распределения потенциалов в электростатическом поле часто кладется так называемый метод зондов. Его сущность заключается в следующем: в исследуемую точку поля вводится специальный дополнительный электрод — зонд, по возможности устроенный так, чтобы он минимально нарушал своим присутствием исследуемое поле. При этом необходимо обеспечить такие условия, чтобы зонд принял потенциал той точки поля, в которую он помещен. Зонд соединяется проводником с прибором, измеряющим потенциал зонда (или, что то же самое, потенциал точки поля, в которую помещен зонд,) относительно потенциала другой точки поля, принятый за нулевой.

Сложности работы с зондами и вообще трудности электростатических измерений привели к разработке особого метода изучения электростатических полей путем искусственного воспроизведения их структуры в проводящих средах, по которым пропускается постоянный ток. Оказывается, что при некоторых условиях распределение потенциалов в среде, по которой течет ток между установленными в ней электродами, может быть сделано тождественным распределению потенциалов между теми же электродами, когда между ними имеется электростатическое поле в вакууме. Таким путем прямое изучение электростатического поля заменяется изучением его точной, но более удобной модели.

Доказательство структурной эквивалентности двух рассматриваемых полей проводится обычно с привлечением уравнения Пуассона, уравнения непрерывности, закона Ома в дифференциальной форме [1].

В таблице 1 приведены обозначения и формулы соответствующих основ-

ных понятий и законов для каждого из двух интересующих нас полей, что позволяет провести их сравнение.

Таблица 1

Электростатическое поле в вакууме	Поле стационарных токов
<p>E_{cm} — напряженность поля, φ_{cm} — потенциал, $E_{cm} = -\text{grad}\varphi_{cm}$.</p> <p>$D$ — электрическое смещение.</p> <p>$D = \varepsilon_0 E_{cm}$,</p> <p>ε_0 — электрическая постоянная.</p> <p>Уравнение Пуассона</p> <p>$\text{div } D = \rho$,</p>	<p>E_j — напряженность поля, φ_j — потенциал*, $E_j = -\text{grad}\varphi_j$,</p> <p>$j$ — плотность тока.</p> <p>Закон Ома в дифференциальной форме</p> <p>$j = \lambda E_j$,</p> <p>λ — удельная электропроводность.</p> <p>Уравнение непрерывности</p> <p>$\text{div } j = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$,</p>
<p>ρ — плотность объёмных зарядов.</p>	
<p>Переходя к E и φ, получим следующие выражения:</p>	
<p>$\varepsilon_0 \text{div } E_{cm} = \rho$,</p> <p>$\varepsilon_0 \text{div}(-\text{grad}\varphi_{cm}) = \rho$,</p> <p>$\nabla^2 \varphi_{cm} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$.</p>	<p>$\lambda \text{div } E_j = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$,</p> <p>$\lambda \text{div}(-\text{grad}\varphi_j) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$,</p> <p>$\nabla^2 \varphi_j = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \rho}{\partial t}$.</p>
<p>При отсутствии объёмных зарядов</p>	<p>При стационарном токе</p>
<p>$\rho = 0$,</p> <p>следовательно,</p> <p>$\text{div } E_{cm} = 0$,</p> <p>$\nabla^2 \varphi_{cm} = 0$.</p>	<p>$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$,</p> <p>следовательно,</p> <p>$\text{div } E_j = 0$,</p> <p>$\nabla^2 \varphi_j = 0$.</p>

Как можно видеть, напряженность E_j и потенциал φ_j электрического поля в проводящей среде удовлетворяет тем же дифференциальным уравнениям, что и соответствующие характеристики E_{cm} и φ_{cm} электростатического поля в вакууме в отсутствие объёмных зарядов. Однако, решения дифференциальных уравнений зависят еще и от граничных (начальных) условий. Не-

* О потенциальности поля стационарных токов см. [2]

обходимые граничные условия обеспечиваются обычно геометрией электродов и большой, по сравнению с электролитом, проводимостью материала электродов [1]. В этом случае уравнения имеют совпадающие решения, а значит, оба поля геометрически эквивалентны.

Указанная замена изучения поля неподвижных зарядов изучением поля стационарного тока дает большие экспериментальные преимущества: 1) вводя в проводящую среду в качестве зондов простые металлические электроды, мы автоматически получаем выравнивание потенциалов зонда и той точки поля, в которую введен зонд; 2) зонды в этом случае могут быть соединены с токоизмерительными приборами, а не с электростатической аппаратурой, которая всегда гораздо сложнее и ненадежнее в работе, чем токовые приборы.

Надо иметь в виду, что электрическая цепь зонда должна обладать большим сопротивлением по сравнению с сопротивлением проводящих слоев вещества между точкой, в которую помещен зонд, и ближайшим электродом. В противном случае включение зонда исказит распределение потенциалов в исследуемом поле.

Описание экспериментальной установки

Для изучения электрического поля между электродами различной формы используется электролитическая ванна. В ванну, сделанную из материала с хорошими электроизолирующими свойствами (например, из оргстекла), помещают металлические электроды *A* и *B*, поле между которыми хотят изучить (рис. 1); контуры ванны показаны пунктирными линиями. Геометрия

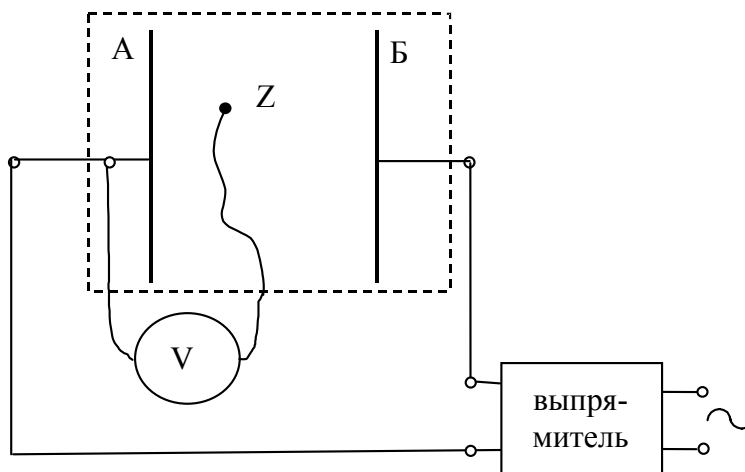


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

электродов формирует электрическое поле, зависящее лишь от двух координат (так называемый плоский случай). Ванна заполняется жидким электролитом, проводимость которого мала по сравнению с проводимостью металла (например, водой). Электроды опираются на дно ванны и возвышаются над поверхностью налитого в ванну электролита.

Напряжение на электроды подается от выпрямителя (см. рис. 1). В измерительную часть схемы входят зонд *Z* и вольтметр *V*, включенный между электродом с нулевым потенциалом и зондом.

Перемещая зонд таким образом, чтобы вольтметр показывал одно и то же

значение потенциала, можно отыскать эквипотенциальную поверхность, точнее — ее сечение горизонтальной плоскостью, вдоль которой перемещается зонд. Поместив зонд в точку поля с другим потенциалом, можно таким же способом отыскать другую эквипотенциальную поверхность и далее исследовать таким способом всю область поля.

Необходимо иметь в виду, что вблизи стенок ванны, картина поля искажается по сравнению с полем в неограниченной среде. Искажаящее влияние стенок может быть значительно уменьшено, если размеры ванны сделать достаточно большими по сравнению с размерами электродов. При непосредственном же исследовании поля в ванне не следует подводить зонд совсем близко к ее стенкам.

Теперь остается только выяснить, каким образом можно рационально фиксировать положение и форму всех находимых с помощью зонда эквипотенциальных поверхностей изучаемого поля.

Это делается графическим путем с помощью специального устройства, называемого пантографом (рис. 2). К концу рычага 1 пантографа прикрепляется вертикальный зонд Z , который может беспрепятственно вместе с рычагами перемещаться в горизонтальной плоскости вдоль и поперек электролитической ванны, в которой создано поле. Таким устройством зонда с рычагами можно обследовать всю ванну.

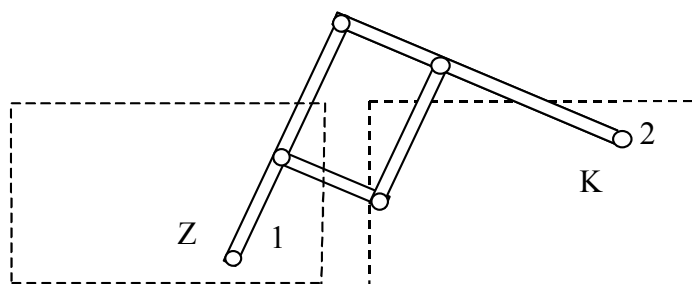


Рис. 2. Устройство пантографа, вид сверху.

Для фиксации эквипотенциальных поверхностей служит правая часть пантографа. К концу рычага 2 прикреплен вертикальный карандаш K . Карандаш может свободно перемещаться вместе с рычагами над листом бумаги, контуры которого показаны на рисунке пунктиром. С помощью пружины карандаш в нормальном положении приподнят над бумагой и движется в горизонтальной плоскости, не касаясь бумаги. При нажиме сверху на карандаш пружина укорачивается, и нижний, очищенный конец карандаша достает бумагу.

Система рычагов пантографа устроена таким образом, что все горизонтальные перемещения зонда в ванне автоматически воспроизводятся перемещением карандаша вдоль листа бумаги. Пусть зондом с помощью вольтметра последовательно отыскиваются в ванне точки некой эквипотенциальной поверхности. Если после нахождения каждой такой точки нажимать на карандаш пантографа, то этот карандаш будет наносить отметку на лежащем под ним листе бумаги. Если соединить потом эти отметки плавной линией, мы воспроизведем на бумаге геометрическую форму и размеры горизонтального сечения исследуемой эквипотенциальной поверхности. Таким способом

можно по ходу работы с зондом зафиксировать всё семейство эквипотенциальных поверхностей. Если предварительно обойти (ощупать) зондом контуры электродов (это будут, по условиям опыта, также эквипотенциальные поверхности), непрерывно нажимая на карандаш, то мы получим на бумаге контуры горизонтальных сечений установленных в ванне электродов.

Разумеется, при всех описанных операциях лист бумаги под карандашом пантографа должен быть закреплен, иначе можно исказить всю геометрическую картину поля в результате случайных сдвигов бумаги. Указанным способом можно получить семейство эквипотенциальных линий. Так как эквипотенциальные поверхности и силовые линии ортогональны, то легко дополнить полученную картину силовыми линиями. Это даст полное представление об изучаемом электростатическом поле.

При практическом выполнении лабораторной работы отыскание зондом эквипотенциальных поверхностей не должно производиться бессистемно. Необходимо для каждого набора установленных в ванне электродов руководствоваться разумными соображениями о возможной в общих чертах конфигурации поля. В частности, необходимо привлекать свойства симметрии данной системы электродов при этом предварительном рассмотрении поля. Но для полного анализа структуры поля уже необходимы планомерные опыты с зондом.

Описанный метод исследования электрического поля имеет не только иллюстративное значение, но и широкие применения на практике. Метод этот практически полезен для изучения сложных электростатических полей, точный расчет которых затруднителен из-за сложности граничных условий (многоэлектродные радиолампы в отсутствие объемного заряда, электростатические линзы, фотоэлектронные умножители). При этом принципиальное значение имеет правило подобия потенциальных полей, позволяющее в большем или меньшем масштабах воспроизводить подлежащие изучению поля. Правило подобия утверждает, что если размеры электродов, создающих поле, и все расстояния между электродами изменены в одной пропорции, то структура поля остается прежней.

Об исследовании электрического поля в диэлектрике

Отдельного рассмотрения заслуживает вопрос об изучении строения электростатического поля в пространстве, заполненном диэлектриком, в особенности – неоднородным диэлектриком.

В тех случаях, когда весь объем поля заполнен **однородным** диэлектриком, структура поля остается такой же, как и в вакууме. Поэтому такое поле может быть заменено полем стационарного тока; при этом величиной, аналогичной диэлектрической проницаемости ϵ , оказывается проводимость λ .

Если же объем изучаемого поля заполнен **неоднородным** диэлектриком, то такому полю должно быть приведено в соответствие поле стационарного тока в среде с неоднородной проводимостью.

Ограничимся рассмотрением случая неоднородности в виде плоской бесконечной границы AA двух различных по электрическим свойствам сред, общий вид которой изображен на рис. 3. Это — либо две среды с разными

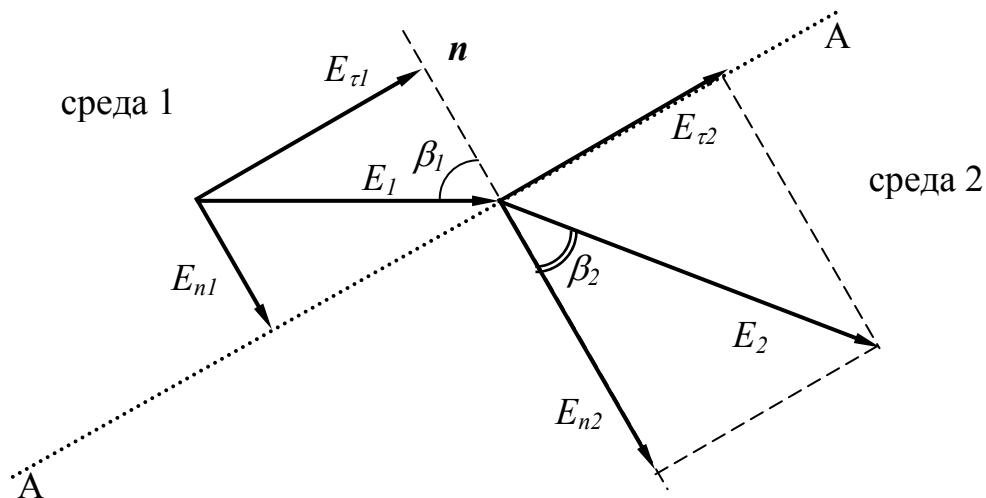


Рис. 3

диэлектрическими проницаемостями: ϵ_1 и ϵ_2 , либо — две среды с разными удельными проводимостями: λ_1 и λ_2 . Вектора напряженности \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 электрического поля могут менять на границе величину и направление. Закон преломления силовых линий электростатического поля связан с соотношением

$$\frac{\operatorname{tg}\beta_1}{\operatorname{tg}\beta_2} = ? \quad (2)$$

где β_1 и β_2 — углы, образованные векторами \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 с нормалью \mathbf{n} к поверхности раздела AA сред. Из рис. 3 видно, что

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{E_{\tau 1}}{E_{n 1}}, \quad \operatorname{tg}\beta_2 = \frac{E_{\tau 2}}{E_{n 2}}.$$

Здесь $E_{\tau i}$, $E_{n i}$ — тангенциальная и нормальная компоненты вектора \mathbf{E}_i ($i = 1, 2$).

В силу потенциальности электрического поля (как электростатического, так и поля стационарного тока) его тангенциальные составляющие не меняются [2], т.е.

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, \quad (3)$$

и закон преломления силовых линий определяют лишь нормальные составляющие вектора напряженности:

$$\frac{\operatorname{tg}\beta_1}{\operatorname{tg}\beta_2} = \frac{E_{n 2}}{E_{n 1}}. \quad (4)$$

В дальнейшем нас будет интересовать поведение именно нормальных составляющих вектора \mathbf{E} . Чем же определяется изменение этих составляющих на плоской границе 2-х диэлектрических (ϵ_1, ϵ_2) или 2-х проводящих (λ_1, λ_2) сред? Параллельное рассмотрение этих двух случаев проведено в таб-

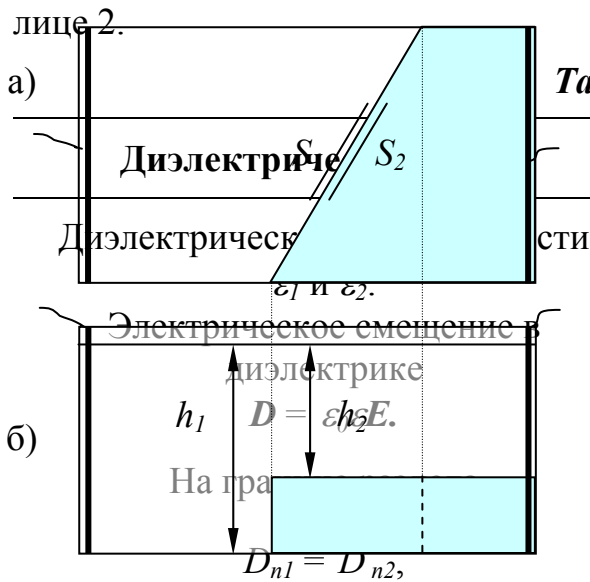


Рис. 4
отсюда

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 E_{n1} &= \varepsilon_2 E_{n2}, \\ \frac{E_{n2}}{E_{n1}} &= \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \end{aligned}$$

Таблица 2

Проводящие среды

Удельные электропроводности
 λ_1 и λ_2 .

Закон Ома в дифференциальной
форме
 $j = \lambda E$.

В силу непрерывности тока через
поверхность раздела
 $j_{n1} S = j_{n2} S, \quad j_{n1} = j_{n2},$

где S — площадь сечения,
параллельного границе, т.е.

$$\begin{aligned} \lambda_1 E_{n1} &= \lambda_2 E_{n2}, \\ \frac{E_{n2}}{E_{n1}} &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \end{aligned}$$

и закон преломления силовых линий поля приобретает вид

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad (5)$$

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (6)$$

Сравнивая последние формулы (5) и (6) в столбцах таблицы, можно заключить, что электрическое поле на границе как 2-х диэлектриков, так и 2-х проводящих сред ведет себя аналогичным образом; в роли же диэлектрической проницаемости ε выступает, как и в случае однородной среды, электропроводность λ .

К сожалению, на практике ни один из рассмотренных случаев нереализуем. В твердых диэлектриках трудно измерять потенциалы, а в электролитах невозможно создать устойчивой границы между средами с разными проводимостями.

Выход, тем не менее, можно найти, применяя метод электролитической ванны и моделируя преломление силовых линий электрического поля на границе 2-х диэлектриков путем изменения глубины слоя электролита h в ванне, сделав ее дно “рельефным”, с уступами [3]. Один из таких случаев изображен на рис. 4. Из рисунка можно понять, что, меняя глубину слоя электролита h , можно изменить поперечное сечение S трубок тока. При неизменной ширине ванны S пропорционально h . При этом на границе будет иметь место изменение не удельной электропроводности, а общей проводимости электролита. Что же будет определяющим в законе преломления в этом случае?

Рассмотрим уступ в дне ванны, направляющая которого расположена под углом к силовым линиям электрического поля и, следовательно, к линиям тока (рис. 4: а) — вид сверху, б) — вид сбоку). Преломление силовых линий электрического поля в данном случае также соответствует ситуации, изображенной на рис. 3.

И вновь

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}.$$

Закон преломления, повторим в очередной раз, имеет следующий вид (см. формулу (4)):

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2} = \frac{E_{n2}}{E_{n1}}.$$

Не будем забывать, что ток в ванне — стационарен, т.е. $I = \text{const.}$, и, следовательно,

$$j_{n1} S_1 = j_{n2} S_2. \quad (7)$$

Здесь S_1 и S_2 — площадки, ориентированные вдоль “косой” границы раздела областей с глубинами h_1 и h_2 , соответственно; при этом $S_1 \sim h_1$, $S_2 \sim h_2$.

В рассматриваемом случае среда однородна, т.е. $\lambda = \text{const.}$, и плотность тока j меняется лишь в зависимости от толщины слоя электролита (глубины h). Из закона Ома в дифференциальной форме

$$j_{n1} = \lambda E_{n1}, \quad j_{n2} = \lambda E_{n2},$$

с учетом (7) и пропорциональности между S и h , искомое отношение значений напряженности поля запишется следующим образом:

$$\frac{E_{n2}}{E_{n1}} = \frac{j_{n2}}{j_{n1}} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{h_1}{h_2}.$$

Отсюда, закон преломления силовых линий будет иметь вид:

$$\frac{\operatorname{tg}\beta_1}{\operatorname{tg}\beta_2} = \frac{h_1}{h_2}. \quad (8)$$

Объединяя это выражение с соответствующими выводами в случае подобной границы в диэлектрике (5) или в проводящей среде (6)

$$\frac{\operatorname{tg}\beta_1}{\operatorname{tg}\beta_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{h_1}{h_2}, \quad (9)$$

можно сделать заключение о правомерности моделирования преломления силовых линий электрического поля на границе 2-х диэлектриков путем изменения глубины слоя электролита в опыте с электролитической ванной. Роль диэлектрической проницаемости ε_i в этом случае играет глубина слоя электролита h_i .

Упражнение 1: Поле плоских электродов

Установить в ванне систему двух плоских электродов. Подключить вольтметр. Поместить зонд вблизи одного из электродов. Включить питание установки.

Исследовать зондом и зарисовать пантографом эквипотенциальные поверхности поля между электродами, надписывая соответствующие показания вольтметра около каждой линии на бумаге, обозначающей эквипотенциальную поверхность.

По полученной системе эквипотенциальных поверхностей построить картину силовых линий.

Упражнение 2: Поле плоских электродов при наличии между ними металлического цилиндра

Положить в середину ванны, в только что исследованное поле, металлический цилиндр и исследовать поле в новых условиях.

При всех измерениях особенно подробно обследовать зондом участки сильных неоднородностей в поле, где эквипотенциальные поверхности, построенные через равные интервалы напряжения, располагаются особенно густо.

Получить картину эквипотенциальных поверхностей и построить соответствующую ей картину силовых линий. Объяснить, какими процессами вызвано изменение структуры электрического поля в упражнении 2 по сравнению со структурой поля в упражнении 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.Г. Калашников. Электричество. М., Физматлит. 2003. 624 стр.
2. И.Е. Тамм. Основы теории электричества. М., Физматлит. 2003. 616 стр.
3. Г.Е. Пустовалов. Электролитическая ванна. Уч. пособие. М., Изд. Моск. Ун-та. 1961. 40 стр.